

Сборник домашних и контрольных заданий для семинаров по электротехнике. - М.: МХТИ им. Д.И. Менделеева, 1988. - 52 с. /Под ред. Г.Г. Рекуса.

В методическом пособии содержатся задачи по темам семинарских заданий по электротехнике. К каждой теме составлено по 25-50 вариантов задач. Даны ссылки на соответствующие разделы учебников и учебных пособий. Все разделы снабжены примерами решения задач. Выполнение контрольных работ рассчитано на 20-55 мин. Методическое пособие предназначено для студентов всех специальностей МХТИ им. Д.И. Менделеева.

Ил. 52 ,табл. 18 , список литературы - 5 назв.

Составители: Чирков М.Т., Пятин О.Ю., Говор А.И., Мялкина В.Я., Семёнова Л.Н., Ржецкая Л.П.

Рецензент : проф. Кардашев Г.А. (МИХМ)  
доц. Арутюнов В.С. (МХТИ)

© Московский химико-технологический институт им. Д.И. Менделеева,  
1988

## ВВЕДЕНИЕ

Включение в учебные планы института новых дисциплин, появление которых вызвано научно-техническим прогрессом, приводит к сокращению времени, отводимого на изучение курса электротехники, основ электрохимии и электрооборудования химических производств.

Интенсивное развитие науки и техники приводит к тому, что в объеме существующих учебных программ практически невозможно изложить многочисленные аспекты учебного материала и привести достаточное количество числовых примеров и решения задач. Между тем, теоретический курс может быть достаточно хорошо усвоен и успешно использован при изучении последующих прикладных курсов, а также при решении практических вопросов, в том случае, если теоретические знания, приобретенные студентами, подкреплены соответствующими конкретными числовыми примерами. В особенности это относится к электротехнике, где разбор предварительно решенных задач при последующем постепенном переходе к самостоятельному решению способствует закреплению знаний и приобретению необходимых для практики навыков.

В связи с этим возникла необходимость разработки и создания новых видов учебных пособий, которые способствовали бы изучению этого курса в более сжатые сроки без снижения уровня подготовки студентов.

Данное методическое пособие преследует цель оказать существенную помощь студентам в овладении методики решения задач по всем разделам курса электротехники. Особенно полезно оно окажется студентам, самостоятельно изучающим курс или отдельные разделы курса электротехники.

### I. ОДНОФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

#### I.1. МЕТОД РАСЧЕТА ОДНОФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

При анализе электрических цепей, содержащих параметры  $R$ ,  $L$  и  $C$  часто используют графо-аналитический метод расчета. При этом по законам Кирхгофа записывают уравнения электрического состояния в векторной форме; по ним строят векторные диаграммы ЭДС, токов и напряжений, а затем проводят соответствующие расчеты. Однако этот метод не всегда удобен вследствие громоздкости и недостаточной точности

[1, § 2.5, 2.6, с. 72-78]. Более широкое применение при расчете электрических цепей находит метод с использованием комплексных чисел. При этом синусоидально изменяющиеся ЭДС, токи и напряжения изображают комплексными числами, что позволяет значительно упростить расчет сложных электрических цепей переменного тока [1, § 2.16-2.18, с. 106-III,

\* 2.20, с. II2-II3].

Для иллюстрации перехода от мгновенных значений синусоидальных функций времени к комплексным значениям в [2] дана табл. I.3.

Использование комплексных чисел для расчета электрических цепей переменного тока показано ниже.

Пример I.I.1. К неразветвленной электрической цепи переменного тока подведено напряжение, мгновенное значение которого  $U = 14,1 \times \sin(\omega t + \pi/3) \text{ В}$ . Под действием этого напряжения в цепи возникает ток, комплексное значение которого  $I = (5 + j10) \text{ А}$ . Необходимо записать выражения для комплексного напряжения  $\dot{U}$  и мгновенного тока  $i$ ; определить комплексное сопротивление цепи  $Z$ ; составить соответствующую электрическую цепь; определить активную мощность  $P$ .

Решение:

I. В соответствии с заданным мгновенным напряжением, комплексное значение напряжения записывается в следующем виде:

$$\dot{U} = U e^{j\psi_u} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = \frac{14,1}{\sqrt{2}} e^{j\pi/3} = 10 (\cos \pi/3 + j \sin \pi/3) = 5 (1 + j1,73) \text{ В},$$

где  $U$ ,  $U_m$  - соответственно действующее и амплитудное напряжения;  $\psi_u$  - начальная фаза напряжения.

В общем виде мгновенный ток  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ . Входящие в это выражение максимальный (амплитудный) ток  $I_m$  определяют через действующее его значение  $I = |I| = \sqrt{5^2 + 10^2} = 11 \text{ А}$ . Откуда  $I_m = \sqrt{2} \cdot I = 15 \text{ А}$ . Начальную фазу  $\psi_i$  тока определяют из выражения для комплексного тока  $I = (5 + j10) \text{ А}$ , представленного в виде вектора на комплексной плоскости (рис. I.I.1). При этом

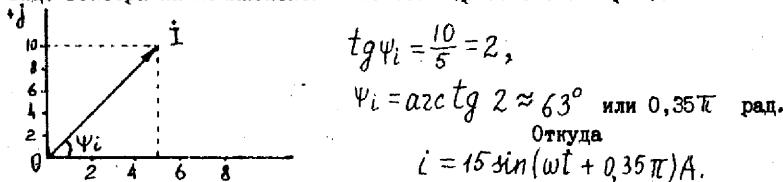


Рис. I.I.1

2. Комплексное сопротивление  $Z$  электрической цепи в соответствии с законом Ома равно:

$$Z = \frac{\dot{U}}{I} = \frac{5(1 + j1,73)}{5 + j10} = \frac{1 + j1,73}{1 + j2} \cdot \frac{1 - j2}{1 - j2} = \frac{1 - j2 + j1,73 + 3,46}{1^2 - (j2)^2} = \frac{4,46 - j0,27}{5} \approx (0,9 - j0,05) \Omega,$$

$$\text{т.е. } Z = R + jX_L - jX_C = 0,9 - j0,05 \Omega,$$

следовательно, активное сопротивление цепи  $R = 0,9 \Omega$ , индуктивное сопротивление  $X_L = 0$ , емкостное сопротивление  $X_C = 0,05 \Omega$ .

3. Полное сопротивление цепи:

$$Z = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{0,9^2 + 0,05^2} \approx 0,902 \Omega.$$

4. В соответствии со структурой комплексного сопротивления рассматриваемая электрическая цепь имеет вид:

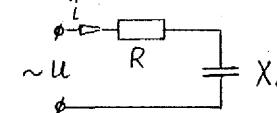


Рис. I.I.2

5. Комплексная мощность:

$$\underline{S} = \dot{U} \dot{I}^* = P + jQ_L - jQ_C,$$

где  $\dot{I}^*$  - сопряженный комплексный ток;

$P, Q_L, Q_C$  - соответственно активная, реактивная индуктивная и реактивная емкостная мощности электрической цепи.

В данном случае  $\dot{I} = (5 + j10) \text{ А}$ ,  $\dot{I}^* = (5 - j10) \text{ А}$ .

$$\begin{aligned} \text{Отсюда } \underline{S} &= \dot{U} \dot{I}^* = 5(1 + j1,73) \cdot (5 - j2) = 25(I - j2 + j1,73 + 3,46) \\ &= 25(4,46 - j0,27) = (III,4 - j6,75) \text{ ВА}. \end{aligned}$$

Следовательно,  $P = \operatorname{Re} \underline{S} = III,4 \text{ Вт}$  - действительная часть комплексной мощности.

#### Контрольные задания

Варианты для домашних и контрольных заданий приведены в табл.

I.I.2 и I.I.3. Определить величины, указанные в этих табл., и изобразить схему соответствующей электрической цепи.

I.2. РАСЧЕТ НЕРАЗВЕТВЛЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ОДНИМ ИЛИ НЕСКОЛЬКИМИ ИСТОЧНИКАМИ ПИТАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

При расчете электрических цепей приходится определять напряжения, действующие между определенными точками цепи. При этом используют законы Кирхгофа. Для электрических цепей переменного тока они записываются в комплексной форме [I, §2, I9, с. III-II2]. При составлении уравнения по второму закону Кирхгофа следует прежде всего выделить замкнутый контур, в который входит искомое напряжение; выбрать, если не заданы заранее, условно-положительные направления токов, ЭДС и напряжений, выбрать направление обхода контура; сравнить направление обхода контура и направления токов, ЭДС и напряжений. Если направления совпадают, то соответствующие члены, входящие в уравнение, следует записать со знаком "+", если не совпадают - со знаком "-".

Таблица I.I.I

# вариан- тов	Дано	Определить	
	$i$ или $\dot{I}$ (A)	$u$ или $\dot{U}$ (B)	
I	$j 20$	$30 + j 60$	$Z, R, Q, U, u$
2	$10 \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$	$j 100$	$I, Z, X, P, \psi_u$
3	$3 + j 4$	$14I \sin \omega t$	$i, Z, S, Q, I$
4	$10 e^{j30^\circ}$	$140 e^{j120^\circ}$	$u, I, R, S, Z$
5	$14, I e^{j45^\circ}$	$60 + j 80$	$U, i, X, P, \psi_u$
6	$4 + j 3$	$30 - j 40$	$I, i, R, Q, \varphi$
7	$50 + j 100$	500	$I_m R, Z, Q, u$
8	$80 - j 60$	$100 \sqrt{2} \sin \omega t$	$I, u, X, S, \psi_i$
9	$30 e^{j\frac{\pi}{2}}$	$60 + j 120$	$U, i, R, Q, Z$
10	$10 + j 10$	$40 \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$	$I, Z, Q, i, R$
II	$3 \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$	$150\sqrt{2} \sin \omega t$	$U, R, X, S, Q$
I2	4	$I_6 + j I_2$	$i, U, X, P, \psi_u$
I3	$2 - j 3$	I3	$Z, I, R, u, i$
I4	$24 + j 32$	800	$Z, X, I, P, u$
I5	$22\sqrt{2} \sin \omega t$	$II + j 33$	$I, U, R, Z, \psi_u$
I6	$28,2 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$42,3 \sin(\omega t + \pi)$	$I, X, Z, P, S$
I7	$4 - j 3$	$60 - j 80$	$Z, U, i, R, Q$
I8	$-j 10$	$20 - j 30$	$i, R, U, Q, Z$
I9	$4 + j 12$	$10 + j 30$	$U, X, R, S, i$
I20	$6 + j 8$	$14I \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$I, R, Z, Q, i$
I21	$20 \sin(\omega t - \frac{\pi}{4})$	$100 + j 100$	$\dot{I}, R, X, S, u$
I22	$I_2 + j 9$	$60 - j 80$	$I, X, P, Q, \psi_u$
I23	$5 e^{j60^\circ}$	$20 e^{j90^\circ}$	$u, R, X, S, i$
I24	$I_4, I \sin \omega t$	$I_5 - j 20$	$U, R, Z, Q, \psi_u$
I25	$5 e^{-j30^\circ}$	$14I \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi)$	$i, Z, U, P, X$

Таблица I.I.2

# вар.	Дано	Определить	Дано	# вар.
	$\dot{I}$ (A)	$\dot{U}$ (B)	$\dot{I}$ (A)	
I	$80 - j 60$	$100$	$I, u, R, \underline{S}, Q$	$3 - j 4$
2	$80 - j 60$	$100 e^{j30^\circ}$	$i, U, X, \underline{Z}, \underline{S}$	$10 e^{j\frac{\pi}{2}}$
3	$100$	$80 - j 60$	$Z, R, S, P, Q$	$5j$
4	$-j I_2$	$40 - j 60$	$i, U, Z, R, S$	$50 - j 50$
5	$20 e^{j30^\circ}$	$100 e^{j60^\circ}$	$R, X, Y, \underline{S}, S$	$-5$
6	$20$	$60 + j 80$	$u, U, G, R, Q$	$6 - j 8$
7	$-120 + j 100$	$-40$	$Z, Y, \underline{S}, i, R$	$j 9$
8	$60 + j 40$	$-j I_2$	$I, R, X, P, Q$	$I - j$
9	$j 30$	$90 - j 120$	$u, Y, B, P, \underline{S}$	$i + j$
10	$I_6 - j I_2$	$-200$	$i, Z, G, Q, U$	$60 + j 80$
II	$30 - j 40$	$100 e^{j\frac{\pi}{2}}$	$U, I_m, R, \underline{S}, Q$	$3 - j 4$
I2	$100 e^{j\frac{\pi}{2}}$	$3 - j 4$	$u, I, \underline{S}, R, Q$	$I_2 + j 16$
I3	$6 + j 8$	$j 10$	$U, i, Z, P, X$	$60 - j 80$
I4	$9 - j 12$	$5 e^{j60^\circ}$	$\psi_i, R, Y, Z, I$	$I_2 - j 16$
I5	$j 100$	$4 + j 3$	$\psi_u, Y, X, G, S$	$-110 + j 190$
				$-50 e^{j\frac{\pi}{2}}$

Пояснения к табл. I.I.I и I.I.2

 $i, I_m, I, \dot{I}$ 

- соответственно мгновенный, амплитудный, действующий и комплексный токи;

 $u, V, \dot{U}$ 

- соответственно мгновенное, действующее и комплексное напряжение;

 $Z, Z, R, X$ 

- соответственно комплексное, полное, активное и реактивное сопротивления;

 $S, S, P, Q$ 

- соответственно комплексная, полная, активная и реактивная мощности.

## Пример 2.1

Для электрической цепи, представленной на рис. I.2.1, дано:  $E_1 = 70 \sin(\omega t + \pi/4)$ ,  $E_2 = (-5 - j15)$  В,  $R_1 = 1$  Ом,  $X_1 = 8$  Ом,

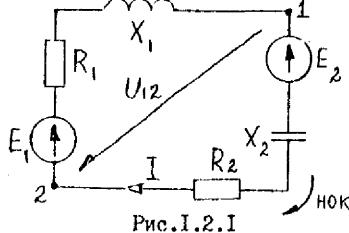


Рис. I.2.1

$R_2 = X_2 = 3$  Ом. Определить показание вольтметра, включенного между точками 1 и 2, активную  $P$  и реактивную  $Q$  мощность электрической цепи и записать выражение для мгновенного тока  $i$ .

Решение:

1. Ток в рассматриваемой электрической цепи определяют из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для исходного контура (рис. I.2.1):

$$\dot{E}_1 - \dot{E}_2 = R_1 \dot{I} + jX_1 \dot{I} + (-jX_2) \dot{I} + R_2 \dot{I} = (R_1 + R_2 + jX_1 - jX_2) \dot{I} = Z \dot{I}$$

откуда  $\dot{I} = \frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_2}{Z}$ .

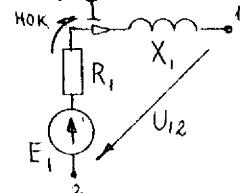
Однако ЭДС  $E_1$ , входящая в выражение для тока, по условию задана в виде мгновенного значения  $E_1 = 70(\sin \omega t + \pi/4)$  В. Поэтому следует представить ее в комплексной форме записи (см. [2, табл. I.3])

$$\dot{E}_1 = E_1 e^{j\pi/4} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} (\cos \pi/4 + j \sin \pi/4) = \frac{70}{\sqrt{2}} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + j \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = (35 + j35) \text{ В.}$$

Подставив в выражение для тока исходные данные, получим:

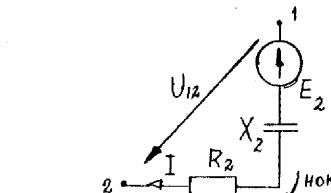
$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_2}{Z} = \frac{35 + j35 - (-5 - j15)}{1 + 3 + j8 - j3} = \frac{40 + j50}{4 + j5} = 10 \text{ А.}$$

2. Напряжение  $U_{12}$ , действующее между точками 1 и 2 цепи, можно определить, записав уравнение (составленное по второму закону Кирхгофа) для одного из двух приведенных ниже замкнутых контуров:



$$\dot{E}_1 = R_1 \dot{I} + jX_1 \dot{I} + \dot{U}_{12},$$

или  $\dot{U}_{12} = \dot{E}_1 - R_1 \dot{I} - jX_1 \dot{I}$



$$-\dot{E}_2 = R_2 \dot{I} + (-jX_2) \dot{I} - \dot{U}_{12}$$

или  $\dot{U}_{12} = \dot{E}_2 + R_2 \dot{I} - jX_2 \dot{I}$

Воспользовавшись уравнением, записанным для I контура цепи, имеем:  $\dot{U}_{12} = \dot{E}_1 - R_1 \dot{I} - jX_1 \dot{I} = 35 + j35 - 1 \cdot 10 - j8 \cdot 10 = (25 - j45) \text{ В.}$

Аналогичный результат получим и при использовании уравнения, записанного для II контура цепи:

$$\dot{U}_{12} = \dot{E}_2 + R_2 \dot{I} - jX_2 \dot{I} = -5 - j15 + 3 \cdot 10 - j3 \cdot 10 = (25 - j45) \text{ В.}$$

Отсюда показание вольтметра:

$$U_{12} = |\dot{U}_{12}| = \sqrt{25^2 + 45^2} \approx 51,5 \text{ В.}$$

3. Активную  $P$  и реактивную  $Q$  составляющие полной мощности электрической цепи можно определить (см. [1, §2.20, с.112-113]) из выражения:

$$\underline{S} = \pm \dot{E} \cdot \dot{I}^* = S e^{j\varphi} = S(\cos \varphi + j \sin \varphi) = P \pm j Q.$$

(При этом знак "+" ставится, если направления ЭДС и тока совпадают, а знак "-" , если не совпадают).

В нашем случае:

$$\underline{S} = +\dot{E}_1 \dot{I}^* - \dot{E}_2 \dot{I}^* = (\dot{E}_1 - \dot{E}_2) \dot{I}^* = [35 + j35 - (-5 - j15)] \cdot 10 = 400 + j500 \text{ ВА.}$$

Активная мощность  $P$  равна действительной части комплексного значения полной мощности, а реактивная мощность  $Q$  — ее мнимой части. Отсюда

$$P = \operatorname{Re} \underline{S} = 400 \text{ Вт}, \quad Q = \operatorname{Im} \underline{S} = 500 \text{ Вар.}$$

Активная и реактивная мощности могут быть определены как сумма отдельных составляющих:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n = R_1 I_1^2 + \dots + R_n I_n^2, \quad P = R_1 I^2 + R_2 I^2 = 400$$

$$Q = Q_L - Q_C = Q_{L1} + \dots + Q_{Ln} - (Q_{C1} + \dots + Q_{Cn}) = X_{L1} I_{L1} - X_{C1} I_{C1} - \dots - X_{Ln} I_{Ln}$$

4. Мгновенный ток в общем виде  $\dot{I} = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ . При этом  $I_m = \sqrt{2} I = \sqrt{2} \cdot 10 = 14,1 \text{ А}; \psi_i = 0$ , т. к. мнимая составляющая комплексного тока равна нулю. Поэтому  $i = 14,1 \sin \omega t \text{ А.}$

## Контрольные задания

Электрические цепи и исходные данные для домашних и контрольных заданий приведены ниже на схемах I – IV (с. 12) и в табл.

## I.2.1 и I.2.2.

Необходимо перерисовать схему в соответствии с условиями заданного варианта. Для задач, представленных в табл. I.2.1, кроме величин, указанных в табл., определить показание вольтметра, включенного между точками  $m$  и  $n$ .

Таблица I.2.1

№ вар.	№ сх вар.	№ сх	$e_1$ или $\dot{E}_1$ [В]	$e_2$ или $\dot{E}_2$ [В]	R Ом	X <sub>1</sub> Ом	X <sub>2</sub> Ом	X <sub>3</sub> Ом	$\frac{S}{\text{А}}$	Опреде- лить
1	I	26	II	$14I \sin wt$	$14I \cos wt$	4	4	14	7	I, 4, $E_2, P, i$
2	I	27	III	100	$282 \sin(wt - \frac{\pi}{4})$	5	5	0	5	2,5, $e_1, Q, Z, \psi_i$
3	I	28	II	0	$100 \sin(wt - \frac{\pi}{4})$	10	0	15	5	3,6, $E_2, I, S, U_R$
4	II	29	I	0	$60 - j80$	0	15	0	5	6,3, $E_2, I, S, i$
5	II	30	III	$100 \sin(wt + \frac{\pi}{4})$	$200 e^{j\frac{\pi}{4}/2}$	4	12	0	0	4, I, $e_2, Z, P, I$
6	II	31	I	0	$14I \sin(wt + 90^\circ)$	0	5	28	3	2,5, I, P, Q, $\dot{E}_2$
7	III	32	II	$282 \sin(wt - \pi)$	$14I \sin(wt + \frac{\pi}{2})$	40	30	0	10	I, 4, $i, Z, P, \Psi_{U_R}$
8	III	33	I	$80 + j60$	0	20	10	5	0	4, I, $E_1, P, Q, \dot{E}_2$
9	III	34	II	$100 + j100$	$14I \sin(wt - \pi)$	0	75	25	50	5,2, $e_1, i, Q_I, I$
10	I	35	II	$j300$	0	0	18	15	7	I, 4, $Z, i, S, \Psi_{e_2}$
II	I	36	III	$30 e^{j\frac{\pi}{4}/2}$	$-20 + j50$	0	0	12	103,5	I, $e_1, S, E_2$
I2	I	37	II	$42,3 \sin(wt + \frac{\pi}{2})$	0	9	0	0	12	6,4, I, Z, P, i
I3	II	38	I	$30 - j40$	$80 e^{-j\frac{\pi}{4}/2}$	6	6	15	1	5,3, $Q, S, P, E_1$
I4	II	39	III	$14I \sin(wt + \pi)$	$-100 - j100$	5	5	0	5	I, 4, $e_1, I, S, E_2$
I5	II	40	I	$30 e^{j\frac{\pi}{4}/2}$	$70 e^{-j\frac{\pi}{4}/2}$	0	5	10	15	3,6, $i, Z, S, U_R$
16	III	41	II	$j80$	0	0	35	0	155,3	$e_1, Z, S, I$
17	III	42	I	$200 \sqrt{2} \sin wt$	$200 \sqrt{2} \cos wt$	3	0	0	1	3,6, I, P, Q, i
I8	III	43	II	$60 \sin(wt + \frac{\pi}{4})$	0	3	0	6	9	I, 4, $E_1, Z, P, U_R$
I9	I	44	III	$j100$	50	0	18	13	0	2,5, $e_2, I, S, U_R$
20	I	45	II	100	$200 \sin(wt - \frac{\pi}{4})$	0	5	0	205,4	$E_2, i, P, \Psi_2$
21	I	46	III	0	$60 + j80$	8	0	6	0	2,4, $E_2, Z, P, i$
22	II	47	III	$100 e^{-j\frac{\pi}{4}/2}$	0	8	0	8	14	2,6, $i, Z, Q, I$
23	II	48	I	$j160$	120	6	0	8	0	2,5, $e_1, Z, P, i$
24	III	49	II	40	40	12	12	6	34	6,3, $i, Z, S, I$
25	III	50	I	0	$282 \sin wt$	0	0	24	4	I, 4, $i, Q_2, Z, S$

Для задач, представленных в табл. I.2.2 и тех же электрических цепей I - IV на с. I2 определить ток, показание вольтметра, включенного между точками  $M$  и  $N$  ( $U_{MN}$ ), полную  $S$ , активную  $P$  и реактивную  $Q$  мощности.

Таблица I.2.2.

# var.	# сх	$e_1$ или $\dot{E}_1$ (В)	$e_2$ или $\dot{E}_2$ (В)	R Ом	X <sub>1</sub> Ом	X <sub>2</sub> Ом	X <sub>3</sub> Ом	m, n
1	I	$200\sqrt{2} \sin(wt - \frac{\pi}{2})$	$-100\sqrt{2} \sin(wt + \frac{\pi}{2})$	4	0	3	0	5,4
2	IV	$50\sqrt{2} \sin(wt - \frac{\pi}{2})$	$50\sqrt{2} \sin(wt + \pi)$	4	0	3	-	5,3
3	IV	$60\sqrt{2} \sin wt$	$80\sqrt{2} \cos wt$	0	10	0	-	1,2
4	I	$-60\sqrt{2} \sin(wt - \pi)$	$-40\sqrt{2} \sin wt$	0	5	0	5	1,4
5	IV	$-200 e^{-j\frac{\pi}{4}/2}$	0	8	0	6	-	4,2
6	I	$j80$	$-60\sqrt{2} \sin wt$	0	5	0	5	5,3
7	III	$100\sqrt{2} \sin(wt + \frac{\pi}{2})$	$-j200$	3	4	0	0	1,4
8	IV	0	$-14I \sin(wt - \frac{\pi}{2})$	4	0	0	3	5,3
9	III	$-j50$	$70,7 \sin(wt - \frac{\pi}{2})$	8	0	6	0	3,5
10	I	$282 \sin(wt + \frac{\pi}{2})$	$j100$	3	0	0	4	1,4
II	IV	$-70,7 \sin(wt + \pi)$	$50\sqrt{2} \sin(wt - \pi)$	5	0	5	-	1,3
I2	III	$-60\sqrt{2} \sin wt$	$80\sqrt{2} \cos wt$	0	10	10	10	2,4
I3	I	$j80$	0	0	5	0	5	1,4
I4	IV	$80\sqrt{2} \cos wt$	$84,6 \sin wt$	0	10	0	-	2,4
I5	III	$200\sqrt{2} \sin(wt + \frac{\pi}{2})$	$I4I \sin(wt + \frac{\pi}{2})$	3	2	2	0	4,5
I6	I	0	$j200$	6	0	8	0	3,5
I7	IV	$200 \sin(wt + \frac{\pi}{4})$	$-j100$	3	0	4	-	1,3
I8	IV	$50 e^{j\frac{\pi}{4}/2}$	$-70,7 \sin(wt + \frac{\pi}{2})$	8	0	6	-	2,4
I9	I	$-40\sqrt{2} \sin wt$	$-60\sqrt{2} \sin(wt + \pi)$	0	5	0	5	3,5
20	IV	$100 e^{j\frac{\pi}{2}}$	$100 + j100$	8	2	2	2	3,4
21	III	0	$100 \sin(wt - \frac{\pi}{4})$	5	0	5	0	1,4

Пояснения к табл. I.2.1 и I.2.2

- $i, I_m, I, \dot{I}$  - соответственно мгновенный, амплитудный, действующий и комплексный токи;
- $e, E, \dot{E}$  - соответственно мгновенная, действующая и комплексная ЭДС;
- $Z, z$  - соответственно комплексное и полное сопротивление;
- $S, s, P, Q$  - соответственно комплексная, полная, активная и реактивная мощности;
- $\Psi_e, \Psi_i, \Psi_u$  - начальная фаза соответственно ЭДС, тока и напряжения.

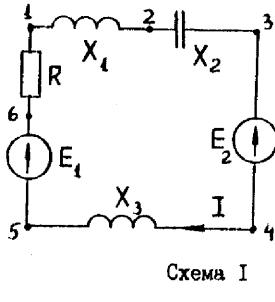


Схема I

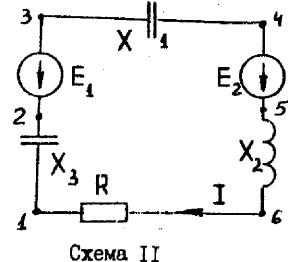


Схема II

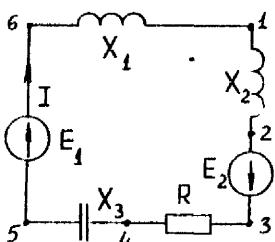


Схема III

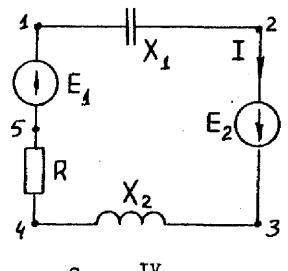


Схема IV

### 1.3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Расчет электрических цепей при последовательном соединении сопротивлений при наличии одного источника электрической энергии в простейшем случае производят путем использования закона Ома для действующих значений тока [1, § 2.9, 2.10, с. 84].

#### Пример 1.3.1

Для электрической цепи рис. 1.3.1 рассчитать величины, указанные в табл. 1.3.1, если дано:  $R = 8 \Omega$ ,  $I = 10\sqrt{2} \sin \omega t \text{ A}$ ,  $\cos \varphi = 0.8$ .

Определить полное  $Z$  и реактивное  $X_2$  сопротивление цепи, подводимое напряжение  $U$  и активную мощность, потребляемую электрической цепью.

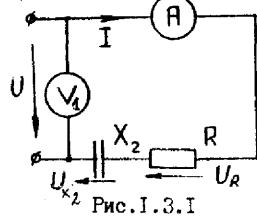


Рис. 1.3.1

Таблица 1.3.1

№ вар. сх	М р	Дано							Определить	Постро- ить			
		$R_1$ Ом	$R_2$ Ом	$X_1$ Ом	$X_2$ Ом	$u$ или $U$ В	$U_2$ В	$U_3$ В	$U_4$ В	$U_5$ В	или $I$ А	$\cos \varphi$	
1	I	3	-	4	-	100	-	-	-	-	-	$U_m, I, U_3, P$	векторную диаграмму
2	II	2	2	3	-	-	-	-	-	-	10	$U_1, Z, U_2, Q$	-"-
3	I	-	-	8	-	-	-	60	-	-	0,6	$Z, I, U, P$	треугольник мощностей
4	II	-	-	-	-	-	60	80	-	-	20	$U_1, \cos \varphi, R, S$	временные диаграммы
5	I	-	-	5	3	12	-	-	-	-	-	$I_m, U_5, Q, U$	векторную диаграмму
6	II	-	-	-	-	-	60	80	-	-	10	$Z, U, \cos \varphi, P$	-"-
7	II	2	2	3	-	-	-	-	-	-	10	$I, Z, U, P$	-"-
8	I	-	-	8	-	-	-	-	60	-	0,6	$R, I_m, U, Q$	треугольник сопротивлен.
9	II	-	-	-	-	-	60	80	-	-	20	$I, u, Z, P$	временные диаграммы
10	II	4	-	3	-	-	-	-	-	-	10	$U_1, Z, U_3, P$	треугольник сопротивлен.
II	I	-	4	3	-	100	-	-	-	-	-	$I, U_3, U_4, Q$	векторную диаграмму
12	I	8	-	-	-	-	80	-	-	60	-	$U_1, Z, X_2, \varphi$	временные диаграммы
13	II	3	-	-	4	-	-	-	-	-	20	$Z, U, U_5, S$	векторную диаграмму
14	I	-	3	4	-	100	-	-	-	-	-	$I_m, U_4, Z, P$	треугольник мощностей
15	II	I	2	-	-	-	10	-	-	-	-	$I, P, U_1, U_4$	временные диаграммы
16	I	-	-	3	5	120	-	-	-	-	-	$U_1, I, P, Q$	векторную диаграмму
17	I	-	6	-	-	-	-	-	-	-	10	0,6 $Z, X_2, U_1, P$	временные диаграммы
18	II	-	-	-	3	-	-	-	40	30	-	$I, U_{im}, P, Q$	треугольник мощностей
19	I	6	8	-	-	-	-	-	-	-	10	$R, Z, U, P$	треугольник сопротивлен.
20	II	-	-	10	-	-	-	30	40	-	-	$U_1, Z, Q, S$	векторную диаграмму
21	II	-	3	2	2	100	-	-	-	-	-	$U_3, U_5, Z, P$	треугольник мощностей
22	II	2	-	-	-	-	40	-	-	30	-	$I, U_1, Z, Q$	векторную диаграмму
23	I	-	-	6	-	564 $\sin \omega t$	-	-	-	120	-	$I, Z, U, R$	-"-

Продолжение табл. I.3.1

№ вар. ск	R <sub>1</sub> Ом	R <sub>2</sub> Ом	X <sub>1</sub> Ом	X <sub>2</sub> Ом	Дано					Определить $\cos\varphi$	Построить векторную диаграмму	
					цили	U <sub>1</sub> В	U <sub>2</sub> В	U <sub>3</sub> В	U <sub>4</sub> В	U <sub>5</sub> В	i или I А	
24	I	8	-	-	-	400	160	-	-	-	-	Z, I <sub>m</sub> , P, u
25	I	-	8	6	-	282,44	-	-	-	-	-	I, Z, U <sub>4</sub> , U <sub>5</sub>
26	I	3	-	-	-	-	-	-	20	0,6	U <sub>1</sub> , U <sub>2</sub> , Q, S	
27	II	4	4	6	-	200	-	-	-	-	-	I, Z, U <sub>3</sub> , P
28	II	8	-	3	3	100	-	-	-	-	-	Z, U <sub>1</sub> , I <sub>m</sub> , U <sub>2</sub>
29	I	-	4	3	-	-	-	80	-	-	-	φ, U <sub>1</sub> , Z, Q
30	II	-	6	-	8	-	-	-	60	-	-	I, U <sub>4</sub> , P, S

Пояснения к табл. I.3.1

- $i, I_m, I$  – соответственно мгновенный, амплитудный, действующий токи;
- $U, U_m, U$  – соответственно мгновенное, амплитудное, действующее напряжения;
- $Z, R, X$  – соответственно полное, активное и реактивное сопротивления;
- $S, P, Q$  – соответственно полная, активная и реактивная мощности.

Построить векторную диаграмму и треугольник мощностей.

Решение:

1. Полное сопротивление электрической цепи:

$$Z = \frac{R}{\cos\varphi} = \frac{8}{0,8} = 10 \text{ Ом}$$

2. Реактивное емкостное сопротивление:

$$X_2 = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ Ом}$$

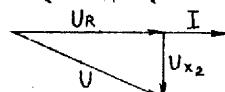
3. Подводимое к электрической цепи напряжение:

$$U = I Z = \frac{I_m}{\sqrt{2}} Z = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot 10 = 100 \text{ В}$$

4. Активная мощность, потребляемая электрической цепью:

$$P = RI^2 = 8 \cdot 10^2 = 800 \text{ Вт}$$

5. Векторная диаграмма тока и напряжений цепи:



$$\begin{aligned} RI &= U_R = 80 \text{ В} \\ X_2 I &= U_{X_2} = 60 \text{ В} \\ \sqrt{U_R^2 + U_{X_2}^2} &= U = 100 \text{ В} \end{aligned}$$

Рис. I.3.2

6. Треугольник мощностей:

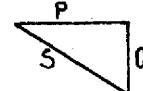


Рис. I.3.3

Контрольные задания

Электрические цепи и данные для вариантов семинарских и контрольных заданий приведены ниже на схемах I и II и в таблице I.3.1.

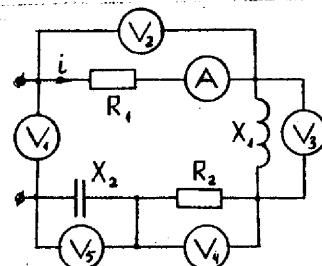


Схема I

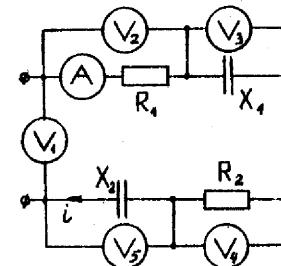


Схема II

1.4. РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ ВКЛЮЧЕНИИ ИНДУКТИВНОСТИ И ЕМКОСТИ

В электрических цепях с последовательным соединением индуктивности  $L$  и емкости  $C$  может возникнуть резонанс напряжений [I, §2.12, с.90].

Пример I.4.1

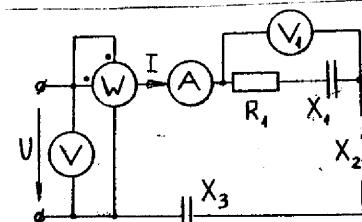


Рис. I.4.1

Для электрической цепи (рис. I.4.1) определить полное сопротивление электрической цепи  $Z$ , ток в цепи  $I$ , активную  $P$  и реактивную  $Q$  мощность цепи, напряжение на участке цепи, построить векторную диаграмму тока и напряжений, если дано:  $U = 40 \text{ В}$ ,  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $X_1 = 5 \text{ Ом}$ ,  $X_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $X_3 = 5 \text{ Ом}$ .

Решение:

1. Суммарное емкостное сопротивление электрической цепи:

$$X_c = X_1 + X_3 = 5 + 5 = 10 \text{ Ом.}$$

2. Индуктивное сопротивление электрической цепи:

$$X_L = X_2 = 10 \text{ Ом.}$$

3. Полное сопротивление электрической цепи:

Поскольку  $X_L = X_c$ , то в цепи возникает резонанс напряжений:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2} = \sqrt{10^2 + (10-10)^2} = 10 \text{ Ом}$$

4. Реактивная мощность электрической цепи:

$$Q = (X_L - X_c)I^2 = 0, \text{ т.к. } X_L = X_c.$$

5. Ток в электрической цепи:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} = \frac{40}{10} = 4 \text{ А.}$$

6. Активная мощность, потребляемая электрической цепью:

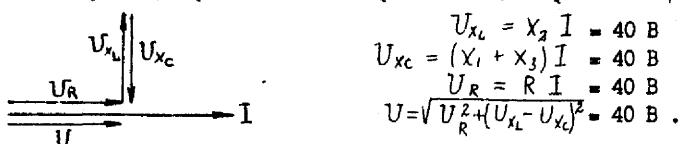
$$P = I^2 R = 4^2 \cdot 10 = 160 \text{ Вт.}$$

7. Напряжение на участке электрической цепи  $U_1 = Z_1 I$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5} \text{ Ом}$$

$$U_1 = 4 \cdot 5\sqrt{5} = 20\sqrt{5} \approx 44 \text{ В}$$

8. Векторная диаграмма тока и напряжений в электрической цепи:



Контрольные задания

Электрические цепи и данные для вариантов контрольных и семинарских заданий приведены на схемах I – IV и в табл. I.4.1.

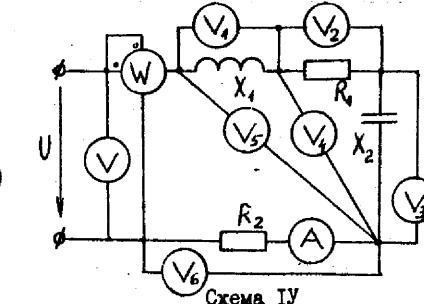
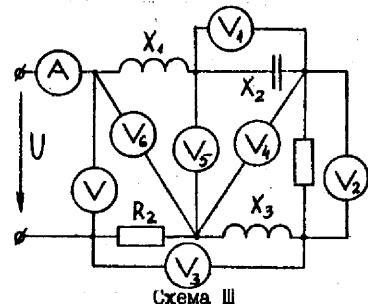
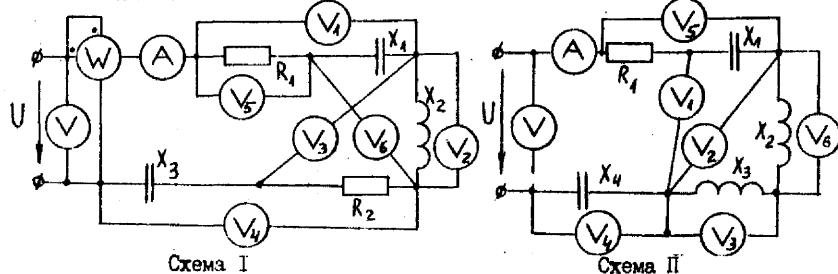


Таблица I.4.1

# вар.	# сх.	Дано												Определить		
		I	U	P	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y <sub>4</sub>	U <sub>1</sub>	U <sub>2</sub>	U <sub>3</sub>	U <sub>4</sub>		
I	I	-	-	-	6	0	8	24	8	-	-	-	-	-	80	I, U, U <sub>3</sub> , Q, cosφ
2	IV	-	-	90	10	0	10	10	-	-	-	-	-	-	-	I, U, U <sub>1</sub> , U <sub>4</sub> , Q
3	I	3	-	-	8	0	12	16	4	-	-	-	-	-	-	U, P, U <sub>1</sub> , U <sub>4</sub> , U <sub>6</sub>
4	I	-	100	-	-	0	16	16	16	-	-	80	-	-	-	I, R, U <sub>1</sub> , U <sub>6</sub> , P
5	Ш	-	-	400	10	-	0	-	8	-	30	50	-	-	-	I, X <sub>2</sub> , U <sub>3</sub> , U <sub>4</sub> , cosφ
6	Ш	-	-	-	12	12	0	16	16	-	-	-	-	-	120	I, U, U <sub>4</sub> , P, Q
7	П	5	-	-	12	-	8	12	12	0	-	-	-	-	-	U, U <sub>1</sub> , U <sub>2</sub> , Q, cosφ
8	П	-	-	-	0	-	4	4	8	4	40	-	-	-	-	P, Q, U <sub>3</sub> , U <sub>1</sub> , U
9	Ш	-	100	-	2	2	0	3	3	-	-	-	-	-	-	I, U <sub>2</sub> , U <sub>4</sub> , U <sub>5</sub> , Q <sub>L</sub>
10	IV	-	-	-	3	0	5	-	-	-	30	50	-	-	-	I, X <sub>2</sub> , U <sub>4</sub> , U <sub>5</sub> , Q
II	IV	-	-	90	10	0	4	4	-	-	-	-	-	-	-	I, U, U <sub>1</sub> , Q, cosφ
12	I	4	-	-	0	10	5	10	5	-	-	-	-	-	-	U, P, Q, U <sub>3</sub> , U <sub>6</sub>
13	П	-	-	-	-	-	3	4	3	4	-	-	40	50	I, Q, R, U, U <sub>2</sub>	
14	Ш	5	-	-	3	0	0	-	4	-	50	-	-	-	-	X <sub>2</sub> , U <sub>4</sub> , U <sub>5</sub> , Q, P
15	I	-	200	-	2	2	0	3	0	-	-	-	-	-	-	I, U <sub>3</sub> , P, U <sub>4</sub> , Q
16	IV	10	-	-	2	1	4	0	-	-	-	-	-	-	-	U, U <sub>5</sub> , Q, cosφ, U <sub>6</sub>
17	I	-	-	1000	8	-	6	12	6	-	-	-	-	-	60	I, R <sub>2</sub> , U <sub>3</sub> , U, Q
18	П	2	-	-	0	-	6	3	3	4	-	-	-	-	-	U, U <sub>1</sub> , U <sub>6</sub> , Q, P
19	Ш	-	200	-	0	4	0	2	1	-	-	-	-	-	-	Z, P, Q, U <sub>3</sub> , U <sub>4</sub>
20	IV	-	-	-	6	8	12	6	-	-	-	-	-	-	-	U, I, Q, cosφ, P
21	+	10	-	-	2	2	3	0	0	-	-	-	-	-	-	U, P, Q, U <sub>5</sub> , cosφ
22	П	-	-	400	-	-	0	3	0	0	-	-	-	-	30	I, S, P, U, sinφ
23	Ш	3	-	-	0	-	10	-	0	-	30	-	60	-	-	X <sub>2</sub> , R <sub>2</sub> , P, U, Q
24	IV	-	30	-	5	5	4	4	-	-	-	-	-	-	-	I, P, U <sub>5</sub> , cosφ, Q

Продолжение табл. I.4.1

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	I8
25	I	-	-	0	6	8	24	8	-	40	-	-	-	-	-	$Z, U, Q, U_2, P$	
26	I	-	-	I50	6	0	8	24	8	-	-	-	-	-	-	$I, U, U_3, Q, Z$	
27	II	-	100	-	I2	-	8	I2	I2	0	-	-	-	-	-	$I, P, Q, \cos \varphi, Z$	
28	III	-	-	6	6	0	8	8	-	-	-	-	-	60	-	$U, I, R, Q, U_4$	
29	IU	-	-	90	0	I0	4	4	-	-	-	-	-	-	-	$U, U_5, I, Z, \cos \varphi$	
30	I	-	40	-	I0	0	5	I0	5	-	-	-	-	-	-	$I, P, Q, Z, U_1$	

Пояснения к табл. I.4.1

I - действующий ток;

U - действующее напряжение;

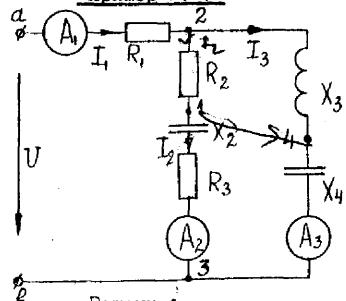
Z, R, X - соответственно полное, активное, реактивное сопротивления;

S, P, Q - соответственно полная, активная, реактивная мощности.

### I.5.РАЗВЕТВЛЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕЛИ (мостовые измерительные схемы)

Разветвленные электрические цепи можно рассчитывать графо-аналитическим методом и комплексным методом [I, с. 95 + I00, II3 + II20], [4, с. 54 + 57]. На приведенном ниже примере показан комплексный метод расчета такой цепи со смешанным соединением потребителей.

#### Пример I.5.1



Для электрической цепи рис. I.5.1 дано:

$$U_{23} = 20 \sin \omega t \text{ В}$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = 5 \Omega; X_2 = X_4 = 10 \Omega; X_3 = 20 \Omega.$$

Определить показания вольтметров, включенных между точками 1,4 ( $U_{14}$ ); 2,3 ( $U_{23}$ ) и а,в ( $U$ ); токи в ветвях  $I_1, I_2, I_3$ , а также комплексную S, активную P и реактивную Q мощности цепи.

#### Решение:

1. Показание вольтметра, включенного между точками 2 и 3, определяют, исходя из формы записи этого напряжения в условии задачи:

$$U_{23m} = \frac{20}{\sqrt{2}} = 14,1 \text{ В}$$

2. Для определения показания амперметра  $A_1$ , включенного в неразветвленную часть рассматриваемой электрической цепи, записывают уравнение по первому закону Кирхгофа для узла 2:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

3. Значение комплексного тока в ветви с амперметром  $A_2$ :

$$I_2 = \dot{U}_{23} Y_2 = 14,1 (0,05 + j 0,05) = 0,705 + j 0,705 \text{ А},$$

где комплексная проводимость ветви

$$Y_2 = \frac{I}{(R_2 + R_3 - j X_2)} = \frac{10 + j 10}{10 - j 10} = \frac{10}{200} = 0,05 + j 0,05 \text{ См}; \dot{U}_{23} = U_{23} = 14,1 \text{ В}.$$

4. Показание амперметра  $A_2$ :

$$I_2 = \sqrt{(0,705)^2 + (0,705)^2} = 1 \text{ А.}$$

5. Значение комплексного тока в ветви с амперметром  $A_3$ :

$$I_3 = \dot{U}_{23} Y_3 = 14,1 (-j 0,1) = -j 1,41 \text{ А},$$

где комплексная проводимость ветви:

$$Y_3 = \frac{I}{Z} = \frac{I}{j X_3 - j X_4} = \frac{10}{j 20 - j 10} = -j 0,1 \text{ См}.$$

6. Показание амперметра  $A_3$ :

$$I_3 = 1,41 \text{ А.}$$

7. Значение комплексного тока всей электрической цепи:

$$I_I = I_2 + I_3; I_I = 0,705 + j 0,705 - j 1,41 = 0,705 - j 0,705 \text{ А.}$$

8. Показание амперметра  $A_1$ :

$$I_1 = \sqrt{(0,705)^2 + (0,705)^2} = 1 \text{ А.}$$

9. Напряжение между точками 1 и 4 электрической цепи определяют исходя из уравнения, составленного по II закону Кирхгофа для замкнутого контура I-2-4-I данной электрической цепи:

$$\dot{U}_{14} = -I_2 R_2 + j X_3 I_3 \text{ - обход контура по часовой стрелке.}$$

$$\dot{U}_{14} = (-0,705 - j 0,705) \cdot 5 + (-j 1,41) \cdot 20 = 24,675 - j 3,525 \text{ В.}$$

Отсюда показание вольтметра :

$$U_{14} = \sqrt{(24,675)^2 + (3,525)^2} = 24,9 \text{ В.}$$

Аналогичные результаты получим и при выборе замкнутого контура I-4-3-I и составлении уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{U}_{14} = I_2 (R_3 - j X_2) - I_3 (-j X_4) \text{ (обход контура против часовой стрелки);}$$

$$\dot{U}_{14} = (0,705 + j 0,705) (5 - j 10) + 1,41 (-j 10) = 24,675 - j 3,525 \text{ В}, \\ U_{14} = 24,9 \text{ В.}$$

10. Подводимое к электрической цепи комплексное напряжение определяют из составленного для заданного контура а-2-3-б-а (по второму закону Кирхгофа) уравнения при обходе контура по часовой стрелке:  $\dot{U} = I_1 R + U_{23}$

$$\dot{U} = (0,705 - j 0,705) \cdot 5 + 14,1 = 17,625 - j 3,525 \text{ В.}$$

13.00  
13.15  
13.00  
30

13.00

Действующее значение напряжения питающей сети:

$$U = \sqrt{(17,625)^2 + (3,525)^2} = 17,97 \text{ В.}$$

### II. Комплексная мощность:

$$\underline{S} = U \underline{I}^*$$

где сопряженный комплексный ток цепи:

$$\underline{I}^* = 0,705 + j 0,705 \text{ А.}$$

$$\text{Отсюда } \underline{S} = (17,625 - j 3,525) \cdot (0,705 + j 0,705) = \\ 14,92 + j 9,94 \approx 15 + j 10 \text{ В·А.}$$

Следовательно активная мощность, равная действительной части комплексной мощности  $P = 15 \text{ Вт}$ , а реактивная мощность, равная минимой части комплексной мощности  $Q = 10 \text{ Вар}$ .

### Контрольное задание I

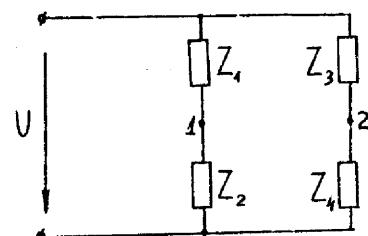


Схема I

требуется определить  $U$ , токи в ветвях,  $U_{12}$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $S$ .

### Контрольное задание 2.

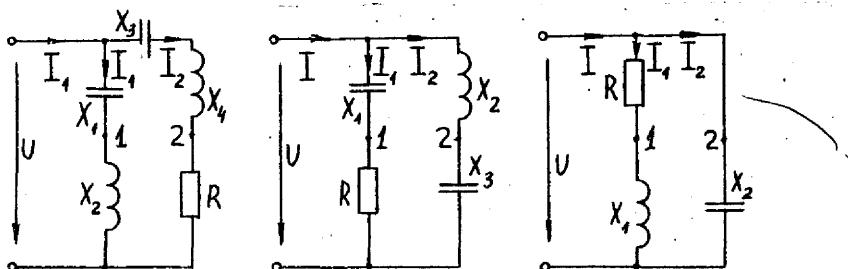


Схема II

Схема III

Схема IV

Данные вариантов для контрольных и семинарских заданий приведены в табл. I.5.2. Для каждого варианта в табл. I.5.2 даны параметры схемы, номер схемы и величины, которые необходимо определить.

Таблица I.5.1.

# вар.	$U$ или $\dot{U}$ (В)	Заданные параметры															
		$Z_1$ (0м)	$Z_2$ (0м)	$Z_3$ (0м)	$Z_4$ (0м)	$R_1$	$X_{L1}$	$X_{C1}$	$R_2$	$X_{L2}$	$X_{C2}$	$R_3$	$X_{L3}$	$X_{C3}$	$R_4$	$X_{L4}$	$X_{C4}$
I	- 100			30	10							40	40	10			
2	100			10	30							70	70	10			
3	100			4	3							4					3
4	$100 e^{j30^\circ}$	48			52							60	120	80			
5	$U = 150\sqrt{2} \cos \omega t$	50											100				
6	$U = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi)$			60	80							80	80	60			50
7	$U = 100 e^{j(-30^\circ)}$			80	60								100				200
8	$U = 80 + j 60$	4						3				60				80	
9	$U = 60 - j 80$	4		3								60	60				
10	$U = 140 e^{j60^\circ}$				60				80				60			80	
II	$U = 6 + j 8$			4	3								6	8			
I2	$U = 220$			40			20					I		I	6		20
I3	$U = 120\sqrt{2} \sin \omega t$	10										10		10			8
I4	$U = 80 - j 60$	4										3	6				
I5	$U = 282 \sin \omega t$			30	40							30	40				
I6	$U = 282 \sin \omega t$			30	40								100	30		30	
I7	$U = 50 e^{j45^\circ}$			5	5	5							5		5		
I8	$U = 50 e^{j0^\circ}$	6						8					5				5
I9	$U = 120\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	10						10					10				10
I20	$U = 100$	10					10						10				10
I21	$U = 200\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi)$			40	40								40				40
I22	$U = 120$				20				20				20	20			
I23	$U = 180 e^{j0^\circ}$			60			30			30			30	30		30	
I24	$U = 180\sqrt{2} \sin \omega t$			30			30					30				30	
I25	$U = 120\sqrt{2} \sin \omega t$	20						40	40	20						20	

6-12354

Таблица I.5.2

# вар.	Заданные параметры	Определять	# вар.	Заданные параметры	Определять
I 2			3 4		
I 16	Схема II; $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $R = X_1 = 10 \Omega$ , $X_2 = 30 \Omega$ , $X_3 = 70 \Omega$ , $X_4 = 70 \Omega$	$U_{12}, I, Q, Y$	I 5	Схема IV; $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $R = 6 \Omega$ , $X_1 = 8 \Omega$ , эл. цепь настроена в резонанс	$U_{12}, P, G, I$
2 I 17	Схема II; $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $X_1 = 30 \Omega$ , $X_2 = R = 10 \Omega$ , $X_3 = X_4 = 40 \Omega$	$U_{12}, I, S, G$	I 6	$U_{12}, B, I, S$	
3 I 18	Схема III; $\dot{U} = 100 e^{-j30^\circ} \text{ В}$ , $X_1 = 80 \Omega$ , $X_2 = 100 \Omega$ , $R_1 = 60 \Omega$ , $X_3 = 200 \Omega$	$U_{12}, I, S, B_c$	I 19	Схема III; $\dot{U} = 100 e^{-j30^\circ} \text{ В}$ , $X_1 = 80 \Omega$ , $X_2 = 100 \Omega$ , $R_1 = 60 \Omega$ , $X_3 = 200 \Omega$	$U_{12}, I_2, B_c, S$
4 I 19	Схема IV; эл. цепь настроена в резонанс, $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $R = 6 \Omega$ , $X_1 = 8 \Omega$	$U_{12}, X_2, S$	I 20	Схема IV; эл. цепь настроена в резонанс, $\dot{U} = 220 \text{ В}$ , $R = 2 \Omega$ , $X_1 = 6 \Omega$	$U_{12}, G, S$
5 I 20	Схема II; $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $R = X_1 = 10 \Omega$ , $X_2 = 30 \Omega$ , $X_3 = X_4 = 70 \Omega$	$U_{12}, I, S, G$	I 21	Схема III; $\dot{U} = 100 e^{-j30^\circ} \text{ В}$ , $X_1 = 80 \Omega$ , $X_2 = 100 \Omega$ , $R_1 = 60 \Omega$ , $X_3 = 200 \Omega$	$U_{12}, I, B_c, Q_2$
6 I 21	Схема IV; $\dot{U} = 220 \text{ В}$ , $R = 2 \Omega$ , $X_1 = 6 \Omega$ , эл. цепь настроена в резонанс	$U_{12}, I, P$	I 22	Схема IV; эл. цепь настроена в резонанс, $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $R = 6 \Omega$ , $X_1 = 8 \Omega$	$U_{12}, B, P, I_2$
7 I 22	Схема II; $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $X_1 = 30 \Omega$ , $X_2 = R = 10 \Omega$ , $X_3 = X_4 = 40 \Omega$	$U_{12}, B_L, Q$	I 23	Схема III; $\dot{U} = 100 e^{-j30^\circ} \text{ В}$ , $X_1 = 80 \Omega$ , $X_2 = 100 \Omega$ , $R_1 = 60 \Omega$ , $X_3 = 200 \Omega$	$U_{12}, I_2, B_c, I, Q$
8 I 23	Схема III; $\dot{U} = 100 e^{-j30^\circ} \text{ В}$ , $X_1 = 80 \Omega$ , $X_2 = 100 \Omega$ , $R_1 = 60 \Omega$ , $X_3 = 200 \Omega$	$U_{12}, B, S$	I 24	Схема III; $\dot{U} = 100 e^{-j30^\circ} \text{ В}$ , $X_1 = 80 \Omega$ , $X_2 = 100 \Omega$ , $R_1 = 60 \Omega$ , $X_3 = 200 \Omega$	$U_{12}, Y, G, P_2$
9 I 24	Схема IV; эл. цепь настроена в резонанс, $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $R = 6 \Omega$ , $X_1 = 8 \Omega$	$U_{12}, I, P, B_L$	I 25	Схема II; $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $R = 10 \Omega$ , $X_1 = 10 \Omega$ , $X_2 = 30 \Omega$ , $X_3 = X_4 = 70 \Omega$	$U_{12}, G, S$
10 I 25	Схема II; $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $X_1 = 30 \Omega$ , $X_2 = R = 10 \Omega$ , $X_3 = X_4 = 40 \Omega$	$U_{12}, B_c, P$	I 26	Схема IV; эл. цепь настроена в резонанс, $\dot{U} = 220 \text{ В}$ , $R = 2 \Omega$ , $X_1 = 6 \Omega$	$U_{12}, B_L, Q_c, I$
II I 26	Схема IV; эл. цепь настроена в резонанс, $\dot{U} = 220 \text{ В}$ , $R = 2 \Omega$ , $X_1 = 6 \Omega$	$U_{12}, B, I, S$	I 27	Схема III; $\dot{U} = 100 e^{-j30^\circ} \text{ В}$ , $X_1 = 80 \Omega$ , $X_2 = 100 \Omega$ , $R_1 = 60 \Omega$ , $X_3 = 200 \Omega$	$U_{12}, I_2, B_L, B_c$
I2 I 27	Схема II; $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $R = 10 \Omega$ , $X_1 = 10 \Omega$ , $X_2 = 30 \Omega$ , $X_3 = X_4 = 70 \Omega$	$U_{12}, I, B, P$			

Продолжение табл. I.5.2

# вар.	Заданные параметры	Определять	# вар.	Заданные параметры	Определять
I3 28	Схема IV; эл. цепь настроена в резонанс, $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $R_1 = 6 \Omega$ , $X_1 = 8 \Omega$	$Y, I, Q, U_{12}$	I3 28	Схема IV; эл. цепь настроена в резонанс, $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $R_1 = 6 \Omega$ , $X_1 = 8 \Omega$	$U_{12}, B_c, P, I_2$
I4 29	Схема II; $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $X_1 = 80 \Omega$ , $X_2 = 100 \Omega$ , $R_1 = 60 \Omega$ , $X_3 = X_4 = 270 \Omega$	$U_{12}, G, P$	I4 29	Схема II; $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $X_1 = 10 \Omega$ , $X_2 = R = 10 \Omega$ , $X_3 = X_4 = 270 \Omega$	$U_{12}, I, B_c, S$
I5 30	Схема IV; $\dot{U} = 220 \text{ В}$ , $R = 2 \Omega$ , $X_1 = 6 \Omega$ , эл. цепь настроена в резонанс	$U_{12}, B_c, Q$	I5 30	Схема II; $\dot{U} = 100 \text{ В}$ , $X_1 = 30 \Omega$ , $X_2 = R = 10 \Omega$ , $X_3 = X_4 = 40 \Omega$	$U_{12}, Q, B_c, I$

Примечания к табл. I.5.1 и I.5.2:

$\dot{U}, U$  — комплексное и действующее напряжения, приложенные к схеме;  
 $U_{12}$  — действующее напряжение между точками I и 2;

$Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  — полные сопротивления соответствующих участков цепи;  
 $Y, G, B$  — соответственно полная, активная и реактивная проводимости;  
 $S, P, Q$  — соответственно полная, активная и реактивная мощности;

$I, I$  — соответственно комплексные и действующие токи в ветвях.

### I.6. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ КОНТУРНЫХ ТОКОВ

Метод контурных токов [ I,3 ] основан на использовании второго закона Кирхгофа и представлении о контурных токах, замыкающихся в независимых контурах. При этом действительные токи в ветвях рассматривают как алгебраические суммы комплексных контурных токов.

Для определения контурных токов по второму закону Кирхгофа составляют  $B - Y + I$  уравнений для соответствующих замкнутых контуров, где  $B$  — число ветвей, а  $Y$  — число узлов рассматриваемой электрической цепи. Поэтому метод контурных токов дает существенную экономию затрат труда при расчете по сравнению с решением той же задачи при помощи первого и второго законов Кирхгофа, требующих составления  $B$  уравнений.

Направление обхода контура, совпадающее с произвольно выбранным направлением контурного тока, следует выбирать одинаковым для всех замкнутых контуров, например, по стрелке часов. При этом делить электрическую цепь на замкнутые контуры следует так ( рис. I.6.1 ), чтобы каждая из ветвей входила хотя бы в один из контуров.

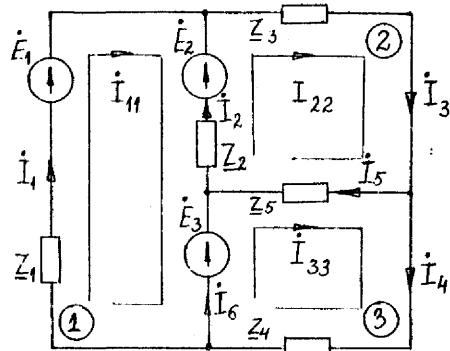


Рис. I.6.1

Для схемы, представленной на рис. I.6.1, в которой  $B = 6$ ,  $Y = 3$ , для определения контурных токов  $I_{11}$ ,  $I_{22}$ ,  $I_{33}$  достаточно составить три уравнения ( по числу контуров, отмеченных цифрами в кружочках 1-3 ).

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{E}_1 - \dot{E}_2 - \dot{E}_3 = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \dot{I}_{11} - \underline{Z}_2 \dot{I}_{22} \\ \dot{E}_2 = - \underline{Z}_2 \dot{I}_{11} + (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_5) \dot{I}_{22} - \underline{Z}_5 \dot{I}_{33} \\ \dot{E}_3 = - \underline{Z}_5 \dot{I}_{22} + (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) \dot{I}_{33} \end{array} \right.$$

Систему записанных выше уравнений удобно представить в каноническом виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{E}_{11} = \underline{Z}_{11} \dot{I}_{11} + \underline{Z}_{12} \dot{I}_{22} + 0 \\ \dot{E}_{22} = \underline{Z}_{21} \dot{I}_{11} + \underline{Z}_{22} \dot{I}_{22} + \underline{Z}_{23} \dot{I}_{33} \\ \dot{E}_{33} = 0 + \underline{Z}_{32} \dot{I}_{22} + \underline{Z}_{33} \dot{I}_{33}, \end{array} \right.$$

где  $\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$ ;  $\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_5$ ;  $\underline{Z}_{33} = \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5$  - собственные комплексные сопротивления соответственно первого, второго и третьего контуров;

$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = -\underline{Z}_2$ ;  $\underline{Z}_{13} = \underline{Z}_{31} = 0$ ;  $\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_{32} = -\underline{Z}_5$  - общие комплексные сопротивления первого и второго, первого и третьего, второго и третьего контуров;

$\dot{E}_{11} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 - \dot{E}_3$ ;  $\dot{E}_{22} = \dot{E}_2$ ;  $\dot{E}_{33} = \dot{E}_3$  - контурные ЭДС соответственно первого, второго и третьего контуров.

После решения записанной выше системы уравнений и определения контурных токов, легко определить токи в ветвях электрической цепи, пред-

ставленной на рис. I.6.1, используя первый закон Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_{11}; & \dot{I}_2 &= \dot{I}_{22} - \dot{I}_{11}; & \dot{I}_3 &= \dot{I}_{22}; \\ \dot{I}_4 &= \dot{I}_{33}; & \dot{I}_5 &= \dot{I}_{22} - \dot{I}_{33}; & \dot{I}_6 &= \dot{I}_{33} - \dot{I}_{11}. \end{aligned}$$

Запись системы полученных выше уравнений в матричной форме и методика расчета сложных электрических цепей с помощью ЦЭВМ "Электроника ДЗ-28" приведена в [ 3 ].

Ниже приведен пример расчета электрической цепи методом контурных токов.

Пример I.6.1.

Определить комплексные токи в ветвях двухконтурной электрической цепи (рис. I.6.2) методом контурных токов. Величины общих комплексных сопротивлений и комплексных ЭДС приведены в табл. I.6.1.

Таблица I.6.1

$\underline{Z}_1$	$\underline{Z}_2$	$\underline{Z}_3$	$\dot{E}_1 (e_1)$	$\dot{E}_2 (e_2)$	$\dot{E}_3 (e_3)$
0	0	0			
$\underline{R} = 1$	$X_C = 1$	$X_L = 1$	$6\sqrt{2} e^{j\pi/4}$	$12 \sin(wt - \frac{3\pi}{4})$	$10\sqrt{2} \sin(wt + 0.643)$
$1+i$	$-i$	0	$6+i6$	$-6-i6$	$8+i6$

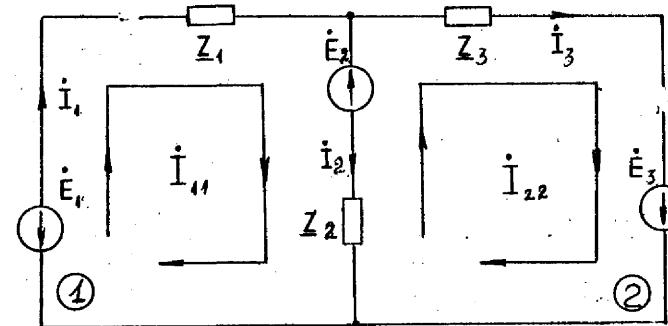


Рис. I.6.2

Решение:

I. Составляем каноническую систему контурных уравнений для рассматриваемой двухконтурной электрической цепи (общие сопротивление и ЭДС, записанные в комплексной форме, приведены в нижней строке табл. I.6.1):

$$\begin{cases} \dot{E}_{II} = Z_{II} \dot{I}_{II} + Z_{12} \dot{I}_{12} \\ \dot{E}_{22} = Z_{21} \dot{I}_{II} + Z_{22} \dot{I}_{12}, \end{cases}$$

где комплексные контурные сопротивления:

$$Z_{II} = Z_1 + Z_2 = 1+j-j = 1 \text{ Ом}; Z_{22} = Z_2 + Z_3 = -j \text{ Ом}; Z_{12} = Z_{21} = -Z_2 = j \text{ Ом}$$

комплексные контурные ЭДС (с учетом знаков):

$$\dot{E}_{II} = -\dot{E}_1 - \dot{E}_2 = -6 - j6 + 6 + j6 = 0; \dot{E}_{22} = \dot{E}_2 + \dot{E}_3 = 0 + j6 - j6 = 2 \text{ В.}$$

2. Подставляя найденные контурные сопротивления и ЭДС в полученные уравнения находим комплексные контурные токи:

$$\begin{cases} 0 = \dot{I}_{II} + j \dot{I}_{12} \\ 2 = j \dot{I}_{II} - j \dot{I}_{12} \end{cases} \quad \begin{aligned} 2 &= (1+j) \dot{I}_{II}; \dot{I}_{II} = \frac{2}{1+j} = 1-j \text{ А} \\ \dot{I}_{12} &= j \dot{I}_{II} = 1+j \text{ А.} \end{aligned}$$

3. Комплексные токи в ветвях:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{II} - \dot{I}_{12} = 1-j - 1-j = -j2 \text{ А}; \dot{I}_1 = \dot{I}_{II} = 1-j \text{ А}; \dot{I}_3 = \dot{I}_{12} = 1+j \text{ А.}$$

На основании уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для верхнего узла двухконтурной электрической цепи (рис. I.6.2), имеем:

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \quad \text{или} \quad \dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$$

$$1-j = -2j + 1+j = 1-j,$$

что свидетельствует о правильности полученного результата расчета.

#### Контрольные задания

Определить комплексные токи в ветвях двухконтурной электрической цепи (рис. I.6.3), используя универсальную систему контурных уравнений. Величины общих контурных сопротивлений и ЭДС приведены в табл. I.6.2.

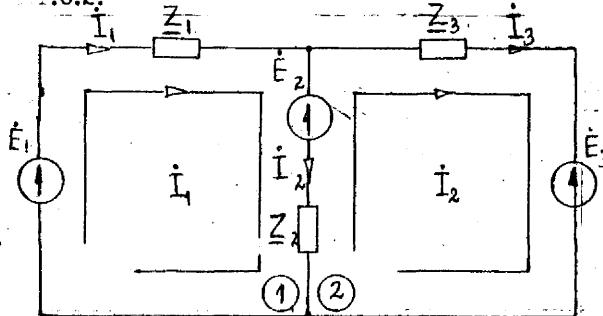


Рис. I.6.3

Таблица I.6.2

№ варп.	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$E_1 (e_1)$	$E_2 (e_2)$	$E_3 (e_3)$
	Ом				В	
I	0	$X_C = 1$	$X_L = 1$	$6\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi)$	$6e^{j\pi}$	$8\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$
2	$X_L = 2$	$X_C = 2$	0	$6+j8$	0	$-6 - j8$
3	$X_C = 5$	$X_L = 5$	R = 5	$5e^{-j\pi}$	$5\sqrt{2} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$	0
4	$X_C = 4$	$X_L = 4$	0	$-4 - j4$	$4\sqrt{2} \cos(\omega t - \pi)$	$4e^{j3\pi/2}$
5	$X_L = 2$	$X_C = 2$	R = 3	$10\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{3\pi}{2})$	$10e^{j3\pi/2}$	0
6	$X_C = 2$	$X_L = 2$	$X_L = 10$	$10e^{j2\pi}$	0	$10\sqrt{2} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$
			$X_L = 5$			
			$X_C = 5$			
7	$X_L = 3$	$X_C = 3$	$R = 2$	$6\sqrt{2} \sin(\omega t - 2\pi)$	$6e^{j2\pi}$	0
8	R = 6	$X_L = 6$	$X_C = 3$	$-60 - j30$	0	$-j30$
9	0	$X_L = 2$	$X_C = 2$	$6\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{3\pi}{2})$	0	$6e^{-j\pi/2}$
10	$X_L = 4$	$X_C = 4$	0	$8\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	0	$8\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$
II	$X_L = 5$	$X_C = 5$	$X_L = 10$	$10\sqrt{2} \sin(\omega t + 0.927)$	$6 + j8$	0
I2	$X_L = 1$	$X_C = 1$	$R = 1$	$10\sqrt{2} \cos \omega t$	$10\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$10\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi)$
I3	$X_C = 1$	$X_L = 1$	$X_C = 1$	$5e^{j99.92}$	$\sqrt{2} \cos \omega t$	$\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$
I4	$X_C = 1$	$X_L = 1$	$X_L = 1$	0	$e^{j\pi/2}$	$10\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$
			$X_C = 2$			
I5	$X_C = 5$	$X_L = 5$	$X_L = 1$	$20e^{-j2\pi}$	$5e^{j0}$	$50e^{j\pi/2}$
I6	X = 15	$X_C = 15$	$R = 15$	0	$15\sqrt{2} \cos \omega t$	$15e^{j\pi/2}$
I7	0	$X_L = 4$	$X_C = 4$	$8\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{3\pi}{2})$	0	$8e^{-j\pi/2}$
I8	$X_L = 2$	$X_C = 2$	0	$4\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	0	$4\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$
I9	0	$X_C = 3$	$X_L = 3$	$6\sqrt{2} \sin(\omega t - \pi)$	$6e^{-j\pi}$	$8\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$
I20	$X_L = 3$	$X_C = 3$	0	$10\sqrt{2} \sin(\omega t + 0.927)$	0	$-6 - j8$
I21	$X_C = 2$	$X_L = 2$	0	$-2 - j2$	$2\sqrt{2} \cos(\omega t - \pi)$	$2e^{j3\pi/2}$
I22	$X_L = 1$	$X_C = 1$	R = 3	$10\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{3\pi}{2})$	$10e^{j3\pi/2}$	0
I23	0	$X_C = 1$	$X_L = 1$	$6\sqrt{2} \sin(\omega t - 2\pi)$	$6e^{-j\pi}$	$8\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{3\pi}{2})$
I24	$X_L = 2$	$X_C = 2$	0	$10e^{j99.92}$	0	$-6 - j8$

Продолжение табл. I.6.2

P	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$\dot{E}_1 (e_1)$	$\dot{E}_2 (e_2)$	$\dot{E}_3 (e_3)$
B2P	0M				B	
25	$X_C = 5$	$X_L = 5$	$R = 5$	$5 e^{-j\pi}$	$5\sqrt{2} \cos(\omega t + \frac{3\pi}{2})$	0
26	$X_C = 4$	$X_L = 4$	0	$4\sqrt{2} e^{j\pi/4}$	$4\sqrt{2} \cos(\omega t - \pi)$	$4 e^{j3\pi/2}$
27	$X_L = 2$	$X_C = 2$	$R = 3$	$10\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$10 e^{j3\pi/2}$	0
28	$X_C = 2$	$X_L = 2$	0	$10 e^{-j2\pi}$	0	$10\sqrt{2} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

Примечания к табл. I.6.2

$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C$  - комплексное сопротивление;

$X_L$  - индуктивное сопротивление;

$X_C$  - емкостное сопротивление;

$Z_1, Z_2, Z_3$  - комплексные сопротивления;

$E(e)$  - комплексное (мгновенное) значение ЭДС;

$\dot{E}_1 (e_1), \dot{E}_2 (e_2), \dot{E}_3 (e_3)$  - комплексные (мгновенные) ЭДС.

### I.7. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ ДВУХ УЗЛОВ

В электрических цепях, содержащих несколько параллельно соединенных активных и пассивных ветвей, можно производить расчеты методом двух узлов, который является частным случаем метода узловых напряжений [1, §I.14.3, с.43].

Примером подобной электрической цепи является электрическая цепь, представленная на схеме рис.I.7.1, которая приведена к виду схемы рис.I.7.2, эквивалентной ей. Здесь  $U_{ab}$  - напряжение, действующее между узлами "a" и "b" в электрической цепи.

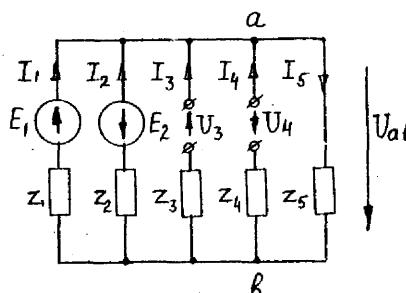


Рис.I.7.1

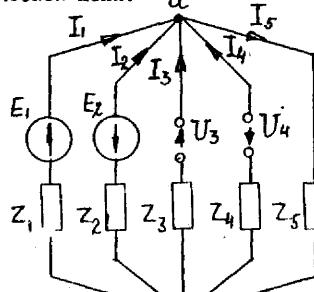
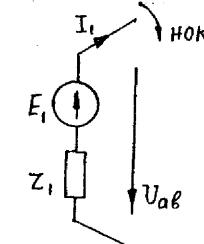


Рис.I.7.2

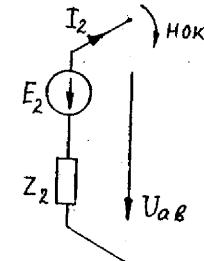
Напряжение  $U_{ab}$  приложено ко всем параллельно включенным ветвям цепи. Для его определения составляют уравнения по второму закону Кирхгофа для замкнутых контуров, включающих поочередно одну из ветвей и напряжение  $U_{ab}$ , как это показано ниже.



$$\dot{E}_1 = \underline{Z}_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_{ab} \quad (\text{направление обхода контура (HOK) совпадает с направлением } U_{ab}). \text{ Откуда:}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1 - \dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_1} = (\dot{E}_1 - \dot{U}_{ab}) \underline{Y}_1, \quad \text{где } \underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} \quad \underline{Y} - \text{комплексная проводимость первой ветви электрической цепи.}$$

Также для второй ветви электрической цепи:

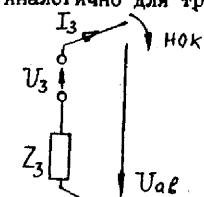


$$-\dot{E}_2 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2 + \dot{U}_{ab} \quad (\text{направление обхода контура (HOK) совпадает с направлением } U_{ab}).$$

$$\dot{I}_2 = \frac{-\dot{E}_2 - \dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_2} = (-\dot{E}_2 - \dot{U}_{ab}) \underline{Y}_2,$$

$$\text{где } \underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} \quad \underline{Y} - \text{комплексная проводимость второй ветви электрической цепи.}$$

Аналогично для третьей ветви:



$$0 = \dot{I}_3 \underline{Z}_3 + \dot{U}_{ab} - \dot{U}_3$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3 - \dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_3} = (\dot{U}_3 - \dot{U}_{ab}) \underline{Y}_3,$$

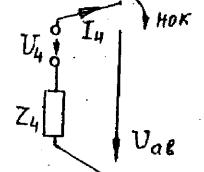
$$\text{где } \underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3}$$

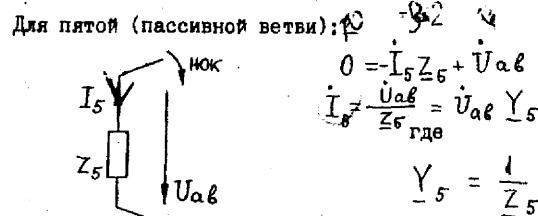
$$0 = \dot{I}_4 \underline{Z}_4 + \dot{U}_{ab} + \dot{U}_4$$

$$\dot{I}_4 = \frac{-\dot{U}_4 - \dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_4} = (\dot{U}_4 - \dot{U}_{ab}) \underline{Y}_4,$$

$$\text{где } \underline{Y}_4 = \frac{1}{\underline{Z}_4}$$

Для четвертой ветви:





При этом по первому закону Кирхгофа для узла  $A$  имеем:

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 - i_5 = 0$$

Подставив в полученные уравнение найденные значения токов в ветвях электрической цепи, получим:

$$(\dot{E}_1 - \dot{U}_{ab}) \underline{Y}_1 + (-\dot{E}_2 - \dot{U}_{ab}) \underline{Y}_2 + (\dot{U}_3 - \dot{U}_{ab}) \underline{Y}_3 + (-\dot{U}_4 - \dot{U}_{ab}) \underline{Y}_4 - \dot{U}_{ab} \underline{Y}_5 = 0.$$

Откуда:

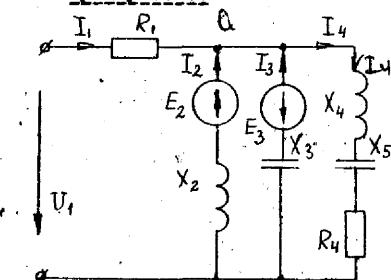
$$\dot{U}_{ab} = \frac{\dot{E}_1 \underline{Y}_1 - \dot{E}_2 \underline{Y}_2 + \dot{U}_3 \underline{Y}_3 - \dot{U}_4 \underline{Y}_4}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 + \underline{Y}_5}$$

или

$$\dot{U}_{ab} = \frac{\sum_{n=1}^N \dot{E}_n \underline{Y}_n + \sum_{m=1}^M \dot{U}_m \underline{Y}_m}{\sum_{k=1}^K \underline{Y}_k},$$

где:  $N$  - число ветвей электрической цепи, содержащих  $\dot{E}_n$ ;  
 $M$  - число ветвей цепи, к которым подведены напряжения  $\dot{U}_m$ ;  
 $K$  - число всех ветвей электрической цепи.

### Пример I.7.1



Для электрической цепи рис. I.7.3 методом двух узлов определить токи в ветвях  $I_1, I_2, I_3, I_4$  и реактивную мощность  $Q$ , если дано:  $\dot{E}_2 = 6 - j8 \text{ В}; \dot{E}_3 = -j8 \text{ В}; \dot{U}_1 = 60 \text{ В}; X_2 = X_4 = 1 \Omega; R_1 = R_4 = X_3 = X_5 = 2 \Omega$ .

Решение:

I. Узловое комплексное напряжение:

$$\dot{U}_{ab} = \frac{\dot{U}_1 \underline{Y}_1 + \dot{E}_2 \underline{Y}_2 - \dot{E}_3 \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_4},$$

Рис. I.7.3

$$\dot{U}_{ab} = \frac{60 \cdot 0,5 + (6-j8)(-j) - (-j8)j0,5}{0,5 - j + j0,5 + 0,4 + j0,2} = \frac{18-j6}{0,9-j0,3} = 20 \text{ В},$$

где комплексные проводимости соответствующих ветвей электрической цепи:

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ СМ},$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{jX_2} = \frac{1}{j} = -j \text{ СМ},$$

$$\underline{Y}_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{-jX_3} = \frac{1}{-j2} = j0,5 \text{ СМ},$$

$$\underline{Y}_4 = \frac{1}{Z_4} = \frac{1}{R_4 + jX_4 - jX_5} = \frac{1}{2 + j - j2} = \frac{1}{2-j} = (0,4 + j0,2) \text{ СМ}.$$

2. Комплексные токи соответствующих ветвей электрической цепи:

$$I_1 = \dot{U}_{ab} \underline{Y}_1 = (\dot{U}_1 - \dot{U}_{ab}) \underline{Y}_1 = (60 - 20) \cdot 0,5 = 20 \text{ А}, \quad I_1 = |I_1| = 20 \text{ А},$$

$$E_2 = Z_2 I_2 + U_{ab} \underline{Y}_2 = (\dot{E}_2 - \dot{U}_{ab}) \underline{Y}_2 = (6 - j8 - 20)(-j) = (-8 + j14) \text{ А}, \quad I_2 = 16,1 \text{ А},$$

$$-E_3 = Z_2 I_2 + U_m \underline{Y}_3 = (-\dot{E}_3 - \dot{U}_{ab}) \underline{Y}_3 = (-j8 - 20) \cdot j0,5 = (-4 - j10) \text{ А}, \quad I_3 = 10,8 \text{ А},$$

$$I_4 = \dot{U}_{ab} \underline{Y}_4 = 20(0,4 + j0,2) = (8 + j4) \text{ А}, \quad I_4 = 8,9 \text{ А}.$$

3. Реактивная мощность электрической цепи:

$$Q = I_2^2 X_2 - I_3^2 X_3 + I_4^2 (X_4 - X_5) = 16,1^2 \cdot 1 - 10,8^2 \cdot 2 + 8,9^2 (1 - 2) = -56 \text{ вар}, \quad Q_c = -56 \text{ вар.}$$

### Контрольные задания

Определить токи во всех ветвях схем I - X рис. I.7.4, а также активную  $P$  и реактивную  $Q$ , и полную мощности. Данные для контрольных семинарских занятий приведены в табл. I.7.1.

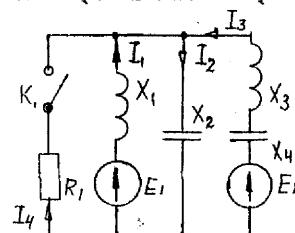


Схема I

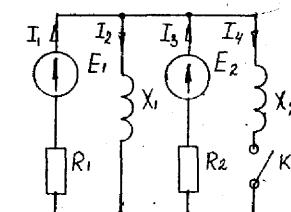


Схема II

$j(X_L - X_C)$

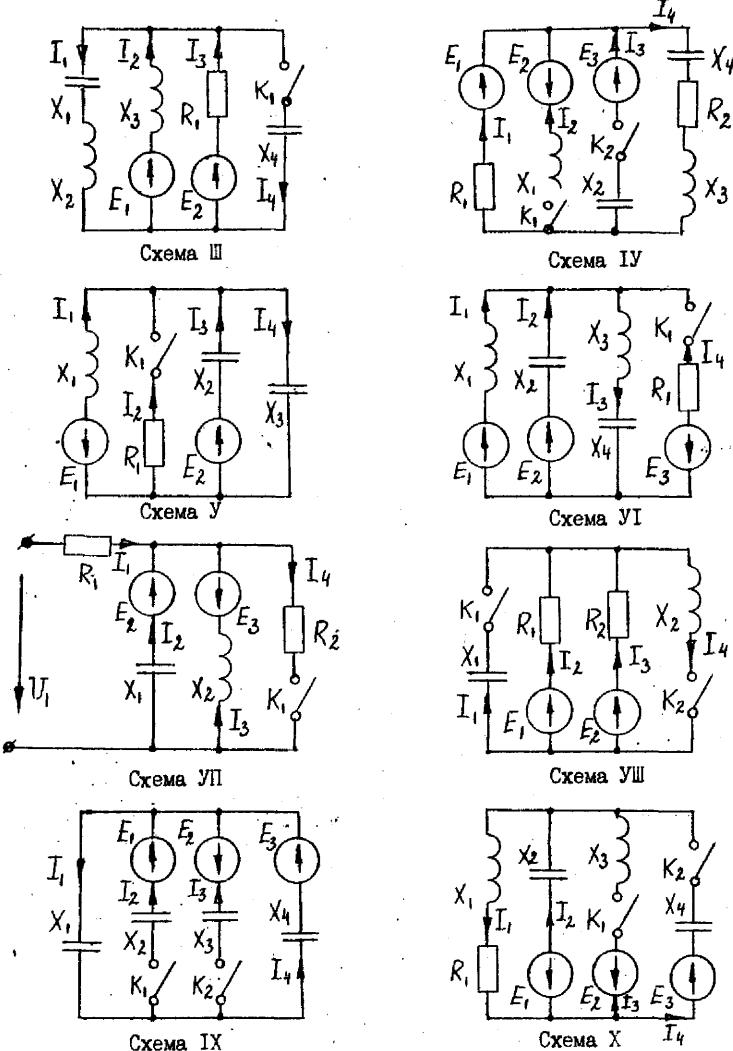


Рис. I.7.4

Таблица I.7.I

№ вар.	№ сх. ра- зомкн.	$E_1(e)$ ; $\dot{U}_1(u)$	$E_2(e_2)$	$E_3(e_3)$	$R_1$	$R_2$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
I	I	$K_1$ 60	60	-	-	-	2	2	4	3
2	II	$K_1$ $60\sqrt{2}\sin\omega t$	$60\sqrt{2}\sin\omega t$	-	4	4	2	-	-	-
3	III	$K_1$ $j2$	$j7$	-	I	-	I	3	2	-
4	IV	$K_1$ 20	-	20	0,2	0,2	-	0,5	I	I
5	V	$K_1$ $120\sqrt{2}\sin\omega t$	$120\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$	-	-	-	2	5	5	-
6	VI	$K_1$ $60 + j80$	$60 + j80$	-	-	-	5	2	I5	5
7	VII	$K_1$ 100	$j100$	$-j100$	2,5	-	I0	2	-	-
8	VIII	$K_2$ $26\sqrt{2}\sin\omega t$	$26\sqrt{2}\sin\omega t$	-	2	2	5	-	-	-
9	IX	$K_1$ -	$I20$	$-j30$	-	-	30	-	30	6
10	X	$K_2$ $10 + j20$	$10e^{j\pi/2}$	-	8	-	4	5	5	-
II	I	- 60	60	-	2	-	2	2	4	3
I2	II	- $120\sqrt{2}\sin\omega t$	$120\sqrt{2}\sin\omega t$	-	4	4	2	2	-	-
I3	III	- $j2$	$j7$	-	I	-	I	3	2	2
I4	IV	- 20	$j20$	20	0,2	0,2	0,5	0,5	I	I
I5	V	- $60\sqrt{2}\sin\omega t$	$60\sqrt{2}\sin\omega t$	-	2	-	2	5	5	-
I6	VI	- $60 + j80$	$60 + j80$	100	2	-	5	2	I0	5
I7	VII	- 100	$j100$	$-j100$	2,5	5	I0	2	4	-
I8	VIII	$K_1$ $26\sqrt{2}\sin\omega t$	$26\sqrt{2}\sin\omega t$	-	2	2	-	5	-	-
I9	IX	$K_2$ 60	$j60$	-	-	5	-	I0	5	.
I20	X	$K_1$ $10e^{j\pi/2}$	-	$j60$	10	3	-	4	5	-
I21	YI	- $15\sqrt{2}\sin\omega t$	I5	-	2	2	5	5	-	-
I22	I	- $j30$	$-j30$	-	2	-	3	3	6	3
I23	II	- 80	$j60$	-	4	4	I	I	-	-
I24	III	- $14,1\sin\omega t$	$j10$	-	2	-	2	I	2	I
I25	IV	- $60 + j80$	$60 - j80$	I00	2	2	I	I	I	I
I26	V	- 100	$j100$	$-j100$	2	-	4	4	2	4
I27	VI	- $282\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$I41\sin\omega t$	$282\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$	-	-	20	5	20	5
I28	IX	- $10 + j20$	$-30 - j20$	$I50e^{j30^\circ}$	8	-	4	10	20	I0

Пояснения к табл. I.7.I

- $U, \dot{U}$  — мгновенное и комплексное напряжения;
- $e, E$  — мгновенная и комплексная ЭДС;
- $R, X$  — активное и реактивное сопротивления.

## 2. ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

### 2.1. СОЕДИНЕНИЕ ТРЕХФАЗНЫХ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ЗВЕЗДОЙ

Электрическая цепь (схема) соединения трехфазного потребителя электрической энергии звездой с нейтральным проводом приведена на рис.2.1.1.

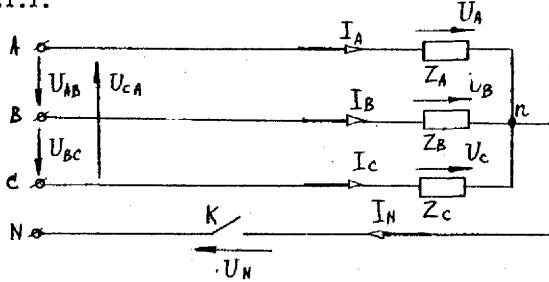


Рис.2.1.1

На схеме:  $Z_A, Z_B, Z_C$

— полные сопротивления фаз потребителя электроэнергии;

$$U_A = U_B = U_C = U_N$$

— фазные напряжения потребителя;

— линейные напряжения трехфазной системы;

— фазные (линейные) токи трехфазной системы;

— ток в нейтральном проводе трехфазной четырехпроводной системы;

— напряжение, действующее между нейтральными точками ( $nN$ ) трехфазного потребителя электроэнергии и трехфазного источника питания.

$$I_A, I_B, I_C$$

$$I_N$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= U_A + U_N \\ \dot{U}_B &= U_B + U_N \\ \dot{U}_C &= U_C + U_N \end{aligned}$$

Фазные комплексные напряжения трехфазного потребителя электрической энергии, соединенного звездой, в общем виде определяют исходя из выражений:

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_N ; \quad \dot{U}_B = \dot{E}_B - \dot{U}_N ; \quad \dot{U}_C = \dot{E}_C - \dot{U}_N ,$$

$$\text{где } \dot{E}_A = E e^{j0^\circ} = \frac{U_A}{\sqrt{3}} e^{j0^\circ} = \frac{U_A}{\sqrt{3}}$$

— комплексная фазная ЭДС фазы А трехфазного генератора (источника питания);

$$\dot{E}_B = \frac{U_B}{\sqrt{3}} e^{-j120^\circ} = \frac{U_B}{\sqrt{3}} \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

— соответственно комплексная фазная ЭДС фазы В генератора;

$$+ \dot{E}_A = U_A + U_N$$

$$\dot{E}_C = \frac{U_C}{\sqrt{3}} e^{j120^\circ} = \frac{U_C}{\sqrt{3}} \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

— соответственно комплексная фазная ЭДС фазы С генератора;

$$+ U_N = \dot{U}_N - \dot{U}_N = U_N$$

— комплексное напряжение, действующее между нейтральными точками трехфазных потребителей и источника.

Комплексное напряжение  $\dot{U}_N$  определяют из следующего выражения:

$$\dot{U}_N = \frac{U_A}{\sqrt{3}} Y_A + \frac{U_B}{\sqrt{3}} \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) Y_B + \frac{U_C}{\sqrt{3}} \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) Y_C ,$$

где  $Y_A, Y_B, Y_C$  — комплексные проводимости соответствующих фаз трехфазного потребителя;

$$Y_N = \frac{1}{Z_N} = \frac{1}{\sum Z_i} — полная комплексная проводимость нейтрального провода.$$

Полное сопротивление нейтрального провода обычно невелико и может быть принято равным нулю, когда включен нейтральный провод, и принято равным бесконечности, когда этот провод отключен.

Из приведенного выше выражения следует, что при включенном нейтральном проводе ( $Z_N = 0$ ), напряжение  $\dot{U}_N = 0$ , а ток

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{U}_N}{Z_N} = \frac{0}{0} = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C .$$

При симметричной нагрузке потребителя (когда  $Z_A = Z_B = Z_C = Z_\phi$ ) напряжение  $\dot{U}_N = 0$  и ток в нейтральном проводе  $\dot{I}_N = \dot{U}_N / Z_N = 0 / Z_N = 0$ . Однако в любом случае, когда  $\dot{U}_N \neq 0$ , комплексные фазные напряжения будут равны:

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A = \frac{U_A}{\sqrt{3}} e^{j0^\circ} = \frac{U_A}{\sqrt{3}} ,$$

$$\dot{U}_B = \dot{E}_B = \frac{U_B}{\sqrt{3}} e^{-j120^\circ} = \frac{U_B}{\sqrt{3}} \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) ,$$

$$\dot{U}_C = \dot{E}_C = \frac{U_C}{\sqrt{3}} e^{j120^\circ} = \frac{U_C}{\sqrt{3}} \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) .$$

Из этого выражения видно, что при  $\dot{U}_N \neq 0$ , фазные напряжения потребителя по модулю равны между собой ( $U_A = U_B = U_C = U_N / \sqrt{3} = U_\phi$ ) и смешены относительно друг друга по фазе на угол  $2\pi/3$  ( $120^\circ$ ).

Комплексные линейные напряжения можно представить через комплексные напряжения соответствующих фазных напряжений:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = U_N \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) = U_N e^{j30^\circ} ,$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C = U_N \cdot (-j) = U_N e^{-j90^\circ} ,$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = U_N \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) = U_N e^{j150^\circ} .$$

Комплексные токи для потребителя, соединенного звездой, можно определить исходя из выражений:  
 $\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_A} = \dot{U}_A Y_A ; \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_B} = \dot{U}_B Y_B ; \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_C} = \dot{U}_C Y_C ; \dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C ,$   
 а модули этих токов:

$$|I_A| = \frac{|U_A|}{|Z_A|} = U_A Y_A ; |I_B| = \frac{|U_B|}{|Z_B|} = U_B Y_B ; |I_C| = \frac{|U_C|}{|Z_C|} = U_C Y_C ; |I_N| = \frac{|U_N|}{|Z_N|} = U_N Y_N .$$

Методика расчета трехфазной электрической цепи при включении потребителя электроэнергии звездой с нейтральным проводом показана на следующем примере.

#### Пример 2.1.1

Для трехфазной электрической цепи рис. 2.1.2 с трехфазным потребителем, включенным звездой с нейтральным проводом, определить показания приборов, включенных в электрическую цепь и построить векторную диаграмму токов и напряжений, если дано:  $U_A = 380 \text{ В}$ ,  $Z_A = \infty$ ,

$$Z_B = X_L = 10 \Omega , \quad Z_C = X_C = 10 \Omega , \quad Z_N = 0 .$$

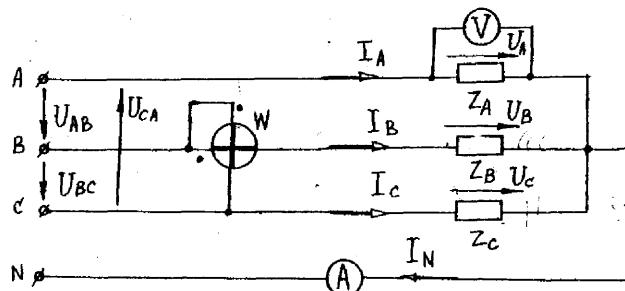


Рис. 2.1.2

Решение:

1. Комплексные фазные напряжения при  $U_N = 0$  равны:  
 $\dot{U}_A = \frac{U_A}{\sqrt{3}} ; \dot{U}_B = \frac{U_A}{\sqrt{3}} \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) ; \dot{U}_C = \frac{U_A}{\sqrt{3}} \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) .$

2. Комплексные линейные (фазные) токи в соответствии с законом Ома равны:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_A} = \frac{U_A}{\infty} = 0 \text{ А} ,$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_B} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 10} \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 22 \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) \text{ А} ,$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_C} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 10} \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 22 \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right) \text{ А} .$$

3. Комплексный ток в нейтральном проводе в соответствии с первым законом Кирхгофа для нейтральной точки:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 + 22 \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) + 22 \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right) = -38 \text{ А} .$$

4. Показание амперметра равно модулю комплексного тока в нейтральном проводе:  $|I_N| = |I_N| = 38 \text{ А} .$

5. Вольтметр включен на фазу "A" потребителя электроэнергии, поэтому он показывает:

$$U_A = |\dot{U}_A| = \frac{|U_A|}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В} .$$

6. Показание ваттметра в соответствии со схемой включения его обмоток:  $P_W = R_{\text{вс}} \cdot \dot{I}_B^* ,$

где комплексное линейное напряжение  $\dot{U}_{\text{вс}} = \dot{U}_B - \dot{U}_C = -j 380 \text{ В} ,$  а сопряженный ток

$$\dot{I}_B^* = 22 \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right) \text{ А} ; P_W = R_{\text{вс}} \cdot j 380 \cdot 22 \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right)$$

или  $P_W = 380 \cdot 4180 = 4180 \text{ Вт} .$

7. Построение векторной диаграммы.

При наличии нейтрального провода ( $Z_N = 0$ ), фазные напряжения  $U_A, U_B, U_C$  потребителя будут равны между собой и сдвинуты относительно друг друга на  $120^\circ$ , а линейные напряжения, подводимые к потребителю, определяют векторной разностью соответствующих фазных напряжений ( $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B ; \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C ; \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$ ).

В соответствии с полученным выражениями для комплексных линейных (фазных) токов строят векторную диаграмму токов с учетом соответствующих углов сдвигов фаз (рис. 2.1.3)

$$\varphi_B = \arctg \frac{\Im \dot{Z}_B}{\Re \dot{Z}_B} = \arctg \frac{10}{0} = 90^\circ ,$$

$$\varphi_C = \arctg \frac{\Im \dot{Z}_C}{\Re \dot{Z}_C} = \arctg \frac{-10}{0} = -90^\circ .$$

#### Контрольные задания

(Данные для вариантов контрольных домашних и семинарских заданий приведены в табл. 2.1.1).

I. Выписать из данной табл. для заданного варианта все параметры трехфазной электрической цепи и величины, которые необходимо определить.

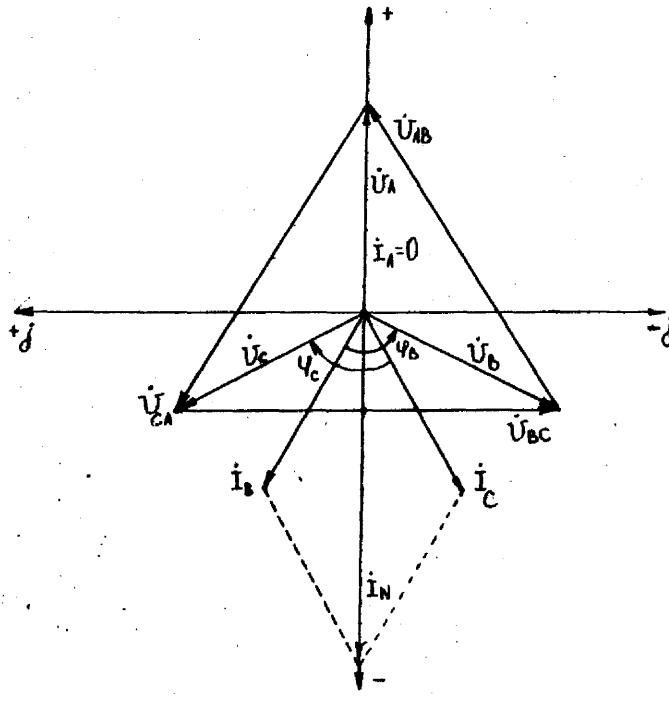


Рис. 2.1.3

2. Начертить схему электрической цепи с учетом заданных параметров, включив в схему измерительные приборы (амперметр, вольтметр, ваттметр) для определения указанных в табл. величин.

3. Определить показание амперметра, включенного в цепь.

4. Определить показание вольтметра при включении его под напряжение, указанное в табл.

5. Определить показание ваттметра, если его токовая обмотка включена "Согласно" с током, а вольтовая обмотка находится под напряжением, указанным в табл.

6. Исходя из заданных параметров схемы, построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Таблица 2.1.1

№ вар.	Заданные параметры					Определить		
	$U_A$ В	$Z_A$ Ом	$Z_B$ Ом	$Z_c$ Ом	$Z_N$ Ом	показа- ния ам- пермет- ра	показа- ния вольт- метра	показа- ния ваттмет- ра при включении его обмот- ки под напряже- ние $U$ и ток $I$
1	220	$\infty$	$R = 10$	$R = 10$	$\infty$	$I_B$	$U_c$	$I_B U_A$
2	380	$\infty$	$R = 10$	$R = 10$	0	$I_N$	$U_A$	$I_c U_c$
3	220	0	$R = 10$	$R = 10$	$\infty$	$I_A$	$U_B$	$I_c U_c$
4	220	0	$R = 10$	$R = 10$	$\infty$	$I_B$	$U_c$	$I_A U_{CA}$
5	380	$R = 10$	$X_L = 10$	$X_c = 10$	0	$I_N$	$U_c$	$I_B U_{BC}$
6	380	$X_L = 10$	$R = 10$	$X_L = 10$	0	$I_N$	$U_N$	$I_A U_{BC}$
7	220	0	$R = 10$	$R = 10$	$\infty$	$I_A$	$U_N$	$I_c U_{BC}$
8	380	$X_L = 10$	$X_c = 10$	$R = 10$	0	$I_N$	$U_{BC}$	$I_A U_{AB}$
9	220	$X_L = 10$	$X_L = 10$	0	$\infty$	$I_c$	$U_A$	$I_c U_{AB}$
10	220	$R = 10$	$R = 10$	$\infty$	$\infty$	$I_c$	$U_c$	$I_A U_{AB}$
II	220	$R = 10$	$\infty$	$R = 10$	$\infty$	$I_B$	$U_B$	$I_c U_B$
12	380	$X_L = 10$	$X_c = 10$	$R = 10$	0	$I_c$	$U_c$	$I_A U_{BC}$
13	380	$R = 10$	$R = 10$	$\infty$	$\infty$	$I_N$	$U_N$	$I_B U_c$
14	220	$R = 10$	$R = 10$	0	$\infty$	$I_c$	$U_c$	$I_B U_{BC}$
15	380	$X_L = 10$	$X_L = 10$	0	$\infty$	$I_N$	$U_N$	$I_c U_c$
16	380	$R = 22$	$X_L = 22$	$X_c = 22$	0	$I_N$	$U_N$	$I_A U_{AB}$
17	220	0	$X_c = 22$	$X_L = 22$	$\infty$	$I_A$	$U_A$	$I_A U_{AB}$
18	220	$X_c = 22$	0	$X_L = 22$	$\infty$	$I_B$	$U_B$	$I_B U_{BC}$
19	220	$X_c = 22$	$X_L = 22$	0	$\infty$	$I_c$	$U_N$	$I_c U_{BC}$
20	220	$R = 22$	$R = 22$	$\infty$	$\infty$	$I_A$	$U_N$	$I_A U_{AB}$
21	220	$R = 22$	$\infty$	$\infty$	0	$I_N$	$U_A$	$I_A U_{AB}$

Пояснения к табл. 2.1.1

$U_A$  - величина линейного напряжения электрической сети;  
 $Z_A, Z_B, Z_c$  - полные фазные сопротивления потребителя электрической энергии, соединенного в звезду;

$Z_N$  - полное сопротивление нейтрального провода;

$I_A, I_B, I_c$  - линейные (фазные) токи;

$I_N$  - ток в нейтральном проводе;

$U_A, U_B, U_c$  - фазные напряжения потребителя;

$U_N$  - напряжение между нейтральными точками потребителя и генератора;

$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = l_k$  - соответствующие значения линейных напряжений.

$k = \sqrt{X_L^2 + X_c^2}$

## 2.2. СОЕДИНЕНИЕ ТРЕХФАЗНЫХ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ТРЕУГОЛЬНИКОМ

Схема соединения трехфазных потребителей электрической энергии треугольником приведена на рис.2.2.1.

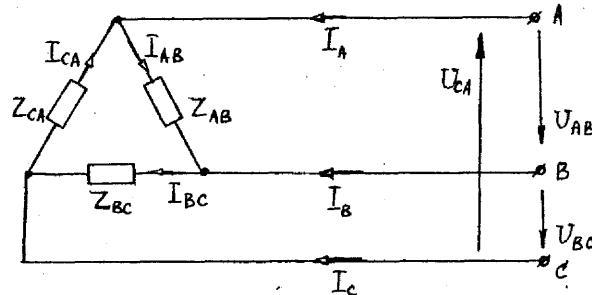


Рис.2.2.1

На схеме :  $Z_{AB}$ ,  $Z_{BC}$ ,  $Z_{CA}$

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_1$$

$I_{AB}$ ,  $I_{BC}$ ,  $I_{CA}$

$I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$

Комплексные фазные токи в соответствии с законом Ома при включении потребителя электрической энергии треугольником:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}}, \quad \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}}, \quad \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}}$$

При этом модули этих токов

$$|I_{AB}| = \frac{|U_{AB}|}{|Z_{AB}|}, \quad |I_{BC}| = \frac{|U_{BC}|}{|Z_{BC}|}, \quad |I_{CA}| = \frac{|U_{CA}|}{|Z_{CA}|}$$

Комплексные линейные напряжения в трехфазной симметричной системе питания равны по величине между собой и смещены относительно друг друга по фазе на угол  $2\pi/3$  ( $120^\circ$ ) могут быть представлены в комплексной форме записи:

$$\dot{U}_{AB} = U_1 e^{j0^\circ} = U_1; \quad \dot{U}_{BC} = U_1 e^{-j120^\circ} = U_1 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right);$$

$$\dot{U}_{CA} = U_1 e^{j120^\circ} = U_1 \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

При этом в соответствии с первым законом Кирхгофа между линейными и фазными комплексными токами существуют соотношения:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}; \quad I_B = I_{BC} - I_{AB}; \quad I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

Методика расчета трехфазной электрической цепи при включении потребителя электрической энергии треугольником приведена на примере 2.2.1.

### Пример 2.2.1

Для трехфазной электрической цепи рис.2.2.2 при включении баз трёхфазного потребителя треугольником определить линейный ток  $I_A$ , а также активную мощность фазы  $P_A$  и реактивную мощность  $Q_{CA}$ , если  $U_1 = 220$  В,  $Z_{AB} = -j10$  Ом,  $Z_{BC} = 10$  Ом,  $Z_{CA} = (5\sqrt{3} + j5)$  Ом.

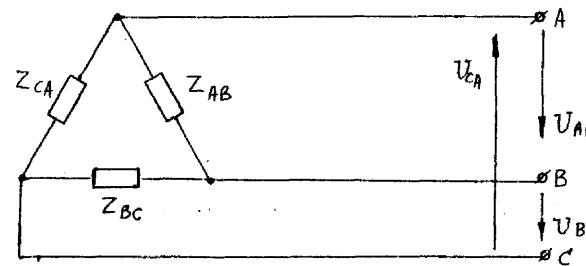


Рис.2.2.2

### Решение:

1. Комплексные фазные токи, входящие в выражение для комплексного тока  $\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}$ , полученного в соответствии с первым законом Кирхгофа:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{U_1}{-j10} = \frac{220}{-j10} = j22 \text{ А,}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{220(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2})}{5\sqrt{3} + j5} = j22 \text{ А.}$$

2. Комплексный линейный ток  $\dot{I}_A$ :

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = j22 - j22 = 0.$$

3. Активную мощность фазы  $P_{AB}$  определяют выражением:

$$P_{AB} = \dot{I}_{AB}^2 R_{AB} = \operatorname{Re}(\dot{U}_{AB} \dot{I}_{AB}^*)$$

Модуль фазного тока  $|I_{AB}| = 22$  А поэтому в данном случае  $P_{AB} = 22^2 \cdot 0 = 0$ .

4. Реактивную мощность фазы  $Q_{CA}$  определяют в соответствии с выражением:  $Q_{CA} = I_{CA}^2 X_{CA} = \operatorname{Im}(U_{CA} \dot{I}_{CA}^*) = 22^2 \cdot 5 = 1210$  Вар.

5. Векторная диаграмма токов и напряжений для рассматриваемой трехфазной электрической цепи при заданных параметрах схемы приведена на рис.2.2.3.

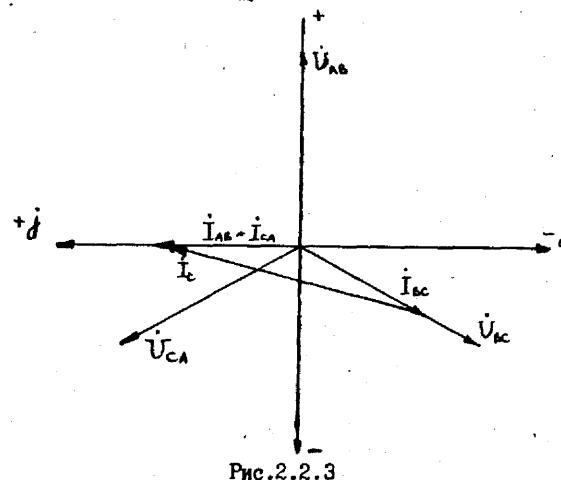


Рис. 2.2.3

При построении диаграммы учтено, что в трехфазной электрической цепи при включении потребителей электроэнергии треугольником действует трехфазная система линейных (базовых) напряжений  $\dot{U}_{AB}$ ,  $\dot{U}_{BC}$  и  $\dot{U}_{CA}$ , одинаковых по модулю и сдвинутых между собой по фазе на угол  $\frac{2\pi}{3}$ . Векторы базовых токов  $\dot{I}_{AB}$ ,  $\dot{I}_{BC}$  и  $\dot{I}_{CA}$  сдвинуты на углы  $\varphi_{AB}$ ,  $\varphi_{BC}$ ,  $\varphi_{CA}$ , которые могут быть определены, исходя из соотношений  $\cos \varphi_{AB} = \frac{R_{AB}}{Z_{AB}}$ ,  $\cos \varphi_{BC} = \frac{R_{BC}}{Z_{BC}}$ ,  $\cos \varphi_{CA} = \frac{R_{CA}}{Z_{CA}}$ .

При этом линейные токи определяются в соответствии с первым законом Кирхгофа из выражений  $\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}$ ,  $\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}$  и т.д.

#### Контрольные задания

Данные для вариантов контрольных, домашних и семинарских заданий приведены в табл. 2.2.1 для трехфазных потребителей электрической энергии при включении их треугольником.

1. Выписать из данной таблицы для варианта все заданные параметры трехфазной электрической цепи и величины, которые необходимо определить.

2. Начертить схему и расчитать величины, указанные в табл.

3. Исходя из заданных параметров схемы, построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Таблица 2.2.1

вар.	Заданные параметры			Определить	
	$U_A$ (В)	$Z_{AB}$ (Ом)	$Z_{BC}$ (Ом)	$Z_{CA}$ (Ом)	
1	220	5	$5+j5\sqrt{3}$	$5-j5\sqrt{3}$	$I_A$ , $I_A$ , $P_{BC}$ , $Q_{AB}$
2	380	10	$5+j5\sqrt{3}$	$10-j10\sqrt{3}$	$I_A$ , $I_A$ , $P_{AB}$ , $Q_{BC}$
3	220	20	$5-j5\sqrt{3}$	$5+j5\sqrt{3}$	$I_C$ , $I_C$ , $P_{CA}$ , $Q_{CA}$
4	380	$-j20$	$10e^{-j30^\circ}$	$10e^{+j30^\circ}$	$I_A$ , $I_A$ , $P_{BC}$ , $Q_{AB}$
5	380	$-j10$	$10e^{+j30^\circ}$	$20e^{+j30^\circ}$	$I_A$ , $I_A$ , $P_{CA}$ , $Q_{AB}$
6	220	$-j5$	$5e^{+j30^\circ}$	$10e^{-j60^\circ}$	$I_C$ , $I_C$ , $P_{AB}$ , $Q_{CA}$
7	380	$j5$	$5-j5\sqrt{3}$	$10e^{+j60^\circ}$	$I_C$ , $I_C$ , $P_{CA}$ , $Q_{AB}$
8	220	$j10$	$5e^{-j60^\circ}$	$20e^{-j60^\circ}$	$I_C$ , $I_C$ , $P_{AB}$ , $Q_{AB}$
9	380	$j20$	$5\sqrt{3}-j5$	$5\sqrt{3}-j5$	$I_B$ , $I_B$ , $P_{CA}$ , $Q_{CA}$
10	380	5	$10\sqrt{3}-j10$	$10\sqrt{3}-j10$	$I_B$ , $I_B$ , $P_{BC}$ , $Q_{CA}$
11	220	$5+j5\sqrt{3}$	$-j5$	10	$I_A$ , $I_A$ , $P_{AB}$ , $Q_{CA}$
12	380	$10+j10\sqrt{3}$	$+j10$	20	$I_A$ , $I_A$ , $P_{BC}$ , $Q_{AB}$
13	220	$5+j5\sqrt{3}$	$-j5$	5	$I_A$ , $I_A$ , $P_{CA}$ , $Q_{BC}$
14	380	$10+j10\sqrt{3}$	$+j10$	10	$I_A$ , $I_A$ , $P_{AB}$ , $Q_{BC}$
15	380	$10+j10\sqrt{3}$	$+j10$	20	$I_A$ , $I_A$ , $P_{BC}$ , $Q_{CA}$
16	220	$10-j10\sqrt{3}$	5	$-j5$	$I_A$ , $I_A$ , $P_{BC}$ , $Q_{CA}$
17	220	$5-j5\sqrt{3}$	10	$+j5$	$I_B$ , $I_B$ , $P_{BC}$ , $Q_{AB}$
18	220	$1-j\sqrt{3}$	20	$-j10$	$I_B$ , $I_B$ , $P_{CA}$ , $Q_{BC}$
19	220	$10-j10\sqrt{3}$	5	$+j10$	$I_B$ , $I_B$ , $P_{AB}$ , $Q_{CA}$
20	220	$5-j5\sqrt{3}$	10	$-j20$	$I_B$ , $I_B$ , $P_{BC}$ , $Q_{AB}$
21	380	$5-j5\sqrt{3}$	20	$+j20$	$I_B$ , $I_B$ , $P_{CA}$ , $Q_{BC}$

Пояснения к табл. 2.2.1

- $U_A$  – величина линейного напряжения ;
- $Z_{AB}$ ,  $Z_{BC}$ ,  $Z_{CA}$  – полные фазные сопротивления ;
- $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  – линейные токи ;
- $P_{AB}$ ,  $P_{BC}$ ,  $P_{CA}$  – активная мощность соответствующей фазы потребителя ;
- $Q_{AB}$ ,  $Q_{BC}$ ,  $Q_{CA}$  – реактивная мощность соответствующей фазы потребителя .

### 3 . ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ АППАРАТЫ И МАШИНЫ

#### 3.1. ОДНОФАЗНЫЕ ТРАНСФОРМАТОРЫ

Основные данные по разделу "Трансформаторы" изложены в [1, § 8.1-8.6, с.301-321; § 8.10, 8.11, с.329-331], [4, § 10.1-10.8, с.238-258, комментарии с.266] и [5]. При этом в приложении I.2 [5] приведены общепринятые обозначения и некоторые расчетные формулы, которые могут быть использованы при выполнении расчетов, связанных с трансформаторами.

Методика расчета характеристик трансформаторов приведена ниже на примере.

##### Пример 3.1.1

На щитке однофазного трансформатора приведены следующие данные:  $S_h = 100 \text{ ВА}$ ;  $U_{1H} = 127 \text{ В}$ ;  $U_{2H} = 230 \text{ В}$ . По данным опыта холостого хода определены параметры намагничивающего контура

$R_o = R_1 + R_H = 27,7 \text{ Ом}$  и  $X_o + X_H = 259 \text{ Ом}$ , а по данным опыта короткого замыкания  $R_K = R_1 + R_2 = 11,3 \text{ Ом}$ .

Определить номинальные токи  $I_{1H}$  первичной и  $I_{2H}$  вторичной обмоток трансформатора, электрические и магнитные потери в нем, коэффициент мощности  $\cos \varphi_{1H}$  и токи в режиме холостого хода и короткого замыкания, а также коэффициент полезного действия  $\eta_{1H}$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi_{1K}$  трансформатора при номинальной нагрузке, если напряжение короткого замыкания  $U_{1K}$  составляет 9,2% от номинального, а  $\cos \varphi_{2H} = 0,8$ .

##### Решение:

1. Номинальные токи первичной и вторичной обмоток трансформатора с учетом того, что  $S_{1H} = S_{2H} = S_h$ :

$$I_{1H} = \frac{S_h}{U_{1H}} = \frac{100}{127} = 0,79 \text{ А},$$

$$I_{2H} = \frac{S_h}{U_{2H}} = \frac{100}{230} = 0,43 \text{ А}.$$

2. Ток холостого хода трансформатора ( $I_2 = 0$ ):

$$I_{10} = \frac{U_{1H}}{Z_{10}} = \frac{127}{\sqrt{R_o^2 + X_o^2}} = \frac{127}{\sqrt{27,7^2 + 259^2}} = \frac{127}{260} = 0,49 \text{ А},$$

где  $U_{10} = U_{1H}$  – напряжение, подводимое к первичной обмотке трансформатора в режиме холостого хода;

$Z_{10} = \sqrt{R_o^2 + X_o^2}$  – полное сопротивление намагничивающей цепи трансформатора.

3. Ток холостого хода в % от номинального тока:

$$I_{10} \% = \frac{I_{10}}{I_{1H}} \cdot 100 = \frac{0,49 \cdot 100}{0,79} = 62 \text{ %}.$$

4. Активная мощность, потребляемая трансформатором при холостом ходе (потери в стали):

$$P_{10} = P_M = R_o I_{10}^2 = 27,7 \cdot 0,49^2 \approx 6,65 \text{ Вт}.$$

5. Коэффициент мощности трансформатора при холостом ходе:

$$\cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{I_{10} U_{10}} = \frac{6,65}{0,49 \cdot 127} \approx 0,11$$

или  $\cos \varphi_{10} = \frac{R_o}{Z_{10}} = \frac{27,7}{260} \approx 0,11$

6. Напряжение при опыте короткого замыкания составляет 9,2% от номинального  $U_{1K}$  (см.условие задачи). С учетом этого:

$$U_{1K} = 0,092 U_{1H} = 0,092 \cdot 127 = 11,7 \text{ В}.$$

7. Мощность, потребляемая трансформатором при опыте короткого замыкания:

$$P_{1K} = P_\emptyset = R_K I_{1K}^2 = R_K \cdot 11,7^2 = 11,3 \cdot 0,79^2 \approx 7 \text{ Вт}.$$

8. КПД трансформатора при номинальной нагрузке и коэффициент мощности при опыте короткого замыкания:

$$\eta_{1H} \% = \frac{P_{2H} \cdot 100}{P_{1H}} = \frac{S_h \cos \varphi_{1H} \cdot 100}{P_{2H} + P_M + P_\emptyset} = \frac{100 \cdot 0,8}{100 \cdot 0,8 + 6,65 + 7} \cdot 100 \approx 86 \%,$$

$$\cos \varphi_{1K} = \frac{P_{1K}}{I_{1K} \cdot U_{1K}} = \frac{7}{0,79 \cdot 11,7} \approx 0,76,$$

где  $P_{1H}$  и  $P_{2H}$  – соответственно потребляемая и полезная мощности трансформатора при номинальной нагрузке.

9. Коэффициент мощности трансформатора при номинальной нагрузке:

$$\cos \varphi_{1H} = \frac{P_{1H}}{S_h} = \frac{93,65}{100} = 0,937.$$

##### Контрольные задания

Данные для вариантов домашних и контрольных заданий приведены ниже. в табл. 3.1.1, 3.1.2, 3.1.3.

Таблица 3.1.1

вар.	$S_h$ ВА	$U_{1H}$ В	$U_{2H}$ В	$P_{cm}$ Вт	$P_\emptyset$ Вт	$I_{10}$ %	$U_{1K}$ %	$\cos \varphi_{12}$	$W_1$	Определить
I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0	II
1	100	127	230	10	35	52	10	I		
2	180	220	80	15	40	50	9,2		70	$E_2, I_{2H}, I_{10}(A), P_K$
3	230	127	340	10	63	47	9	0,8	100	$P_{10}, (B), X_o$

Продолжение табл. 3.I.1

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	II
4	320	380	200	25	80	45	8,8		80	$P_{IK}, I_{IH}, \cos\varphi_{IK}, R_K, E_I$
5	380	160	380	I3	93	41	8,7	0,9		$I_2, \cos\varphi_{IK}, R_O, \eta, X_K$
6	400	I27	230	I0	I00	40	8,8	0,8	80	$K, I_{IO}(A), \cos\varphi_{IO}, I_{IH}, R_K$
7	460	220	I10	I5	I20	37	9	0,95	I40	$\Phi_m, W_2, \eta, Z_{IO}, I_{2H}$
8	500	I00	400	I0	I40	35,5	8,5			$R_K, R_{IO}, \cos\varphi_{IO}, U_{IK}(B), I_{IH}$
9	520	I60	80	I3	I45	35	8,8	0,8	30	$I_{IO}(A), K, E_2, X_K, \cos\varphi_{IO}$
10	550	300	I27	20	I50	32	8,3	0,9		$I_{IH}, R_O, \eta, Z_K, K$
II	580	380	600	25	I58	30	9		I50	$\Phi_m, W_1, \cos\varphi_{IK}, I_{IO}(A)$
12	600	200	400	I5	I70	29	8,7		I00	$E_I, \cos\varphi_{IO}, I_{2K}, K, \Phi_m$

Таблица 3.I.2

# вар.	Данные опыта холостого хода				Данные опыта короткого замыкания				Определить
	$U_{10}$ КВ	$I_{10}$ %	$P_{10}$ Вт	$U_{20}$ В	$U_{IK}$ %	$I_{IK}$ А	$P_{IK}$ Вт	$I_{2K}$ А	
I	6	9	180	400	5,5	3,3	600	50	$S_{IH}, I_{IO}(A), K, \cos\varphi_{IK}$
2	10	10	220	400	6,5	2	600	50	$S_{2H}, U_{IK}(B), \cos\varphi_{IK}, R_K$
3	6	7	350	525	6	8,3	I300	95,2	$I_{IH}, R_O, Z_K, P_M$
4	10	8	440	525	5,8	5	I320	95,2	$I_{2H}, P_B, K, X_O$
5	10	6	350	6300	5,5	56	9400	88,9	$S_{IH}, X_K, \cos\varphi_{IK}, I_{IO}(A)$
6	6	8	250	400	5,3	5	850	75	$U_{IK}(B), \cos\varphi_{IO}, R_K, I_{IH}$
7	10	9	300	400	5,8	3	850	75	$S_H, P_M, R_O, X_K$
8	0,4	8	I00	6000	6	50	500	3,3	$I_{IO}(A), U_{IK}(B), K, Z_K$

Таблица 3.I.3

# вар.	$S_H$ ВА	$U_{IH}$ В	$U_{2H}$ В	$R_O$ Ом	$X_O$ Ом	$R_K$ Ом	$\cos\varphi_I$	$W_L$	Определить
1	I50	I10	230	I3	I10	6,2	0,8	200	$W_I, I_{IH}, P_M, \eta, U_{IK}(\%)$
2	200	I27	230	II	I03	5,3	0,85	200	$\Phi_m, I_{2H}, P_B, I_{IO}(\%), K$
3	250	220	380	8,8	95	4,1	0,78	200	$E_I, I_{IO}(A), \cos\varphi_{IK}, \eta, W_1$
4	300	220	300	7	93	3,3	0,9	200	$K, P_{IO}, I_{IH}, \cos\varphi_{IH}, U_{IK}(B)$
5	350	380	200	6	82	2,8	0,92	200	$E_2, \cos\varphi_{IO}, I_{2H}, \eta, I_{IO}(\%)$
6	400	400	220	5,8	80	2,5	0,8	200	$\Phi_m, I_{IO}(A), \cos\varphi_{IK}, K, Z_{IO}$
7	450	I10	220	5,5	75	2,3	0,87	200	$W_I, P_M, U_{IK}(\%), I_{IH}, E_2$
8	500	220	I27	5,3	70	2,1	0,9	200	$K, \cos\varphi_{IH}, I_{IK}, U_{IO}, P_B$
9	550	I27	230	5	67	1,9	0,88	200	$E_I, \eta, I_{2K}, \Phi_m, \cos\varphi_{IO}$
10	600	380	600	4,8	63	1,8	0,92	200	$Z_K, I_{IO}(\%), P_M, E_I, U_{IK}(\%)$

Примечание: частота питающего напряжения  $f = 50$  Гц.

Пояснения к табл. 3.I.1, 3.I.2, 3.I.3

- $S_H$  – полная номинальная мощность трансформатора;
- $U_{IH}, U_{2H}, I_{IH}, I_{2H}$  – соответственно номинальные напряжения и токи в первичной и вторичной обмотках трансформатора;
- $U_{10}, U_{20}, I_{10}, I_{20}$  – соответственно напряжения и токи в первичной и вторичной обмотках трансформатора при опыте холостого хода;
- $U_{IK}, U_{2K}, I_{IK}, I_{2K}$  – соответственно напряжения и токи в первичной и вторичной обмотках трансформатора при опыте короткого замыкания;
- $R_K, X_K, Z_K$  – соответственно активное, реактивное и полное сопротивление упрощённой схемы замещения;
- $R_O$  – активное сопротивление намагничивающего контура, обусловленное магнитными потерями;
- $X_O$  – реактивное сопротивление намагничивающего контура, обусловленное основным магнитным потоком;
- $Z_{IO}$  – полное сопротивление намагничивающего контура;

$P_2, P_1, P_{10}, P_{1K}$ 

- соответственно мощность полезная, потребляемая трансформатором в рабочем режиме, при опытах холостого хода и короткого замыкания;
- соответственно ЭДС первичной и вторичной обмотки;
- максимальный магнитный поток;
- соответственно коэффициент трансформации и КПД;
- соответственно коэффициент мощности номинальный, при опытах холостого хода и короткого замыкания;
- число витков первичной и вторичной обмотки.

 $E_1, E_2$  $\Phi_m$  $K, \eta$  $\cos \varphi_{1H}, \cos \varphi_{10}, \cos \varphi_{1K}$  $W_1, W_2$ 

### 3.2. ТРЕХФАЗНЫЕ АСИНХРОННЫЕ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛИ

Основные теоретические положения по трехфазным асинхронным электродвигателям приведены в [1, гл. 10].

Методика расчета основных характеристик асинхронных электродвигателей показана на примере.

#### Пример 3.2.1

Для трехфазного асинхронного короткозамкнутого электродвигателя типа А2-61-2 с номинальными данными:  $U_{1H} = 380/220$  В;  $I_{1H} = 10/17,3$  А;  $n_{1H} = 1440$  об/мин;  $\eta_H = 0,9$ ;  $P_{2H} = 5,0$  кВт определить:

$P_{1H}$ ,  $\cos \varphi_{1H}$ ,  $n_1$ ,  $S_H$  при включении обмоток электродвигателя звездой.

Решение:

1. Активная мощность, потребляемая электродвигателем из сети:

$$P_{1H} = \frac{P_{2H}}{\eta_H} = \frac{5,0}{0,9} = 5,55 \text{ кВт.}$$

2. Коэффициент мощности электродвигателя при номинальном режиме работы:

$$\cos \varphi_{1H} = \frac{P_{1H}}{\sqrt{3} U_{1H} I_{1H}} = \frac{5,55}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 10} = 0,844$$

3. Синхронная частота вращения ротора электродвигателя:

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ об/мин.}$$

4. Скольжение ротора электродвигателя при номинальной нагрузке на валу:

$$S_H = \frac{n_1 - n_{1H}}{n_1} = \frac{1500 - 1440}{1500} = \frac{60}{1500} = 0,04$$

Таблица 3.2.1

№ вар. пос.	Тип электро- двигателя	Данные электродвигателя										# задания
		$U_{1H}$ В	$U_{2H}$ В	$I_{1H}$ А	$I_{2H}$ А	$P_{1H}$ кВт	$P_{2H}$ кВт	$\eta_H$ об/мин	$\lambda$	$\cos \varphi_{1H}$	$\cos \varphi_{10}$	
1	4A132M6	220	4	0,81	0,85	7,5	970					1,4,10,19
2	4A180M6	220		2,5/4,32	0,87	0,77	18,5	960	0,85	0,8		12,16,20
3	4A71B2	380			0,85	0,85	5,5	1450	1450			1,2,4,10,21
4	4A112M4	380			14,8/25,6	0,89	7,5	2960				1,3,9,10,19
5	4A112M2	220			29/350	0,88	15	1440				1,4,5,10,22
6	4A160M4	380				0,86	0,87	11,0	1440			1,23,4,10
7	4A132M4	380				0,90	30	1460	1450	2		1,4,6,7,10
8	4A180M4	220			56/97	0,9	5,0	1440	1450			1,4,5,10,22
9	A2-61-2	220			10/17,3	0,76	0,81	950	1460	0,8	0,82	1,3,4,II
10	4A112M6	220				0,76	0,81	3,0	1450			1,2,1,4,9,19
II	4A112M4	220				0,9	22	970	1460			17,18,20,12
12	4A200M6	380			41,4/71,6	0,87	0,88	18,5	2960	2970	0,7	1,4,10,23
13	4A180M6	380				0,88	0,785			2		1,2,1,4,10,16,18
14	BAO-2I-2	380			3,4/2,0	0,88	2,2	2,2	1440	1460	0,7	1,2,1,11,16,18,21
15	BAO-22-2	380			4,8/2,8	0,88			2960	2970	0,7	1,17,20,22
16	BAO-2I-4	380			2,9/1,7		0,765	1,1	1440	1460	0,7	1,18,20,23
17	BAO-22-4	660			3,7/2,1	0,8		1,5	1440			1,15,16,22
18	BAO-3I-6	380			4,2/2,5	0,72	0,78		970			1,4,10,18,21
19	BAO-3I-4	660			5/2,9	0,83		2,2	1440			1,4,6,22
20	BAO-42-6	380			9,5/5,5	0,83	4,0	960				1,II,17,23
21	BAO-4I-4	660			3,5/4,9	0,84	4,0	1460				1,4,10,22
22	BAO-6I-6	380			21/12	0,85	0,86		970			1,4,10,21

Пояснения к табл 3.2.1

1. Номер варианта задания.

2. Тип электродвигателя, где последняя цифра указывает на число полюсов в обмотке статора.

- $U_A$  - линейное напряжение питающей сети, В;
- $U_{1H}$  - номинальное линейное напряжение электродвигателя, В;
- $I_{1H}$  - номинальный линейный ток статора, А;
- $\cos\varphi_{1H}$  - номинальный коэффициент мощности;
- $\eta$  - номинальный коэффициент полезного действия;
- $\eta_1$  - коэффициент полезного действия электродвигателя при заданной нагрузке на валу;
- $P_{2H}$  - номинальная мощность на валу электродвигателя, кВт;
- $n_{1H}$  - номинальная частота вращения (скорость) электродвигателя, об/мин;
- $n_2$  - частота вращения (скорость) при заданной нагрузке на валу электродвигателя, об/мин;
- $\lambda = \frac{M_m}{M_H}$  - отношение максимального момента к номинальному моменту электродвигателя;
- $\cos\varphi_1$  - коэффициент мощности при заданной нагрузке на валу электродвигателя;
- $\mu = \frac{M_{\text{пуск}}}{M_H}$  - отношение пускового момента к номинальному моменту электродвигателя.

Контрольные задания:

Варианты для домашних и контрольных заданий приведены в табл.

3.2.1. Определить величины, указанные в п.15 этой табл.:

1. Рассчитать номинальную активную мощность, потребляемую трёхфазным асинхронным электродвигателем из сети,  $P_{1H}$ .

2. Определить номинальную мощность на валу электродвигателя,  $P_{2H}$ .

3. Определить синхронную частоту вращения ротора электродвигателя,  $n_s$ .

4. Рассчитать номинальный момент нагрузки на валу электродвигателя,  $M_1 = M_H$ .

5. Определить номинальный КПД электродвигателя,  $\eta_H$ .

6. Определить максимальный момент нагрузки на валу электродвигателя при номинальном напряжении,  $M_m$ .

7. Определить максимальный момент электродвигателя  $M_m$  при напряжении питающей сети  $U_1 = 0,9 U_{1H}$ .

8. Рассчитать момент на валу электродвигателя  $M_2$  при  $S = 0,9 S_H$ .

9. Рассчитать скольжение ротора электродвигателя при частоте вращения  $n_s = 0,9 n_{1H}$ .

10. Рассчитать скольжение ротора при номинальном режиме работы электродвигателя  $S = S_H$ .

11. Построить механическую характеристику электродвигателя,  $M = f(S)$  по точкам:  $M = 0; M = M_H; M = M_m; M = M_{\text{пуск}}$ .

12. Определить частоту вращения ротора электродвигателя  $n_s$  при  $S = 0,8 S_H$ .

13. Определить мощность на валу электродвигателя  $P_2$  в момент пуска.

14. Определить критическое скольжение ротора электродвигателя  $S_K$  при  $M = 2 M_H$ .

15. Определить момент нагрузки на валу электродвигателя при скольжениях ротора  $S = 0; S = S_H; S = S_K; S = 1$  и построить механическую характеристику  $M_2 = f(S)$ .

16. Определить частоту тока в роторе  $f_2$  при номинальной нагрузке на валу электродвигателя.

17. Определить частоту тока в роторе  $f_2$  в момент пуска двигателя.

18. Определить частоту тока в роторе  $f_2$  при  $M = 0, (S = 0)$ .

19. Определить линейный ток электродвигателя в номинальном режиме работы.

20. Определить линейный ток электродвигателя при заданной частоте вращения ротора  $n_s$  и заданных значениях  $\eta$  и  $\cos\varphi_1$ .

21. Определить номинальную мощность на валу электродвигателя  $P_{2H}$ .

22. Определить номинальный КПД электродвигателя  $\eta_H$ .

23. Определить номинальный коэффициент мощности электродвигателя  $\cos\varphi_{1H}$ .

Литература

1. Борисов Ю.М., Липатов Д.Н., Зорин Ю.Н. Электротехника. - М.: Энергоиздат, 1985.- 550 с.
- 2.Раздаточный материал по курсу "Электротехника, основы электроники и электрооборудование предприятий химической промышленности". - М.: МХТИ им.Д.И.Менделеева, 1987.
- 3.Рекус Г.Г., Чирков М.Т., Алексеев Б.М. Методические указания к расчету РГР на ЦВМ.- М.: МХТИ им.Д.И.Менделеева, 1986.- 52 с.
- 4.Герасимов В.Г. Электротехника.- М.:Выс.школа.,1983.- 450 с.
- 5.Рекус Г.Г., Белоусов А.И. Методика решения задач по электротехнике.- М.: МХТИ им.Д.И.Менделеева, 1976.- 75 с.

Содержание

Введение.....	3
I. Однофазные электрические цепи синусоидального тока.....	3
I.1. Метод расчета однофазных электрических цепей с применением комплексных чисел.....	3
I.2. Расчет неразветвленных электрических цепей с одним или несколькими источниками питания с применением комплексных чисел.....	5
I.3. Последовательное соединение сопротивлений в электрических цепях переменного тока.....	12
I.4. Резонансные явления в электрических цепях переменного тока при последовательном включении индуктивности и емкости.....	15
I.5. Разветвленные электрические цепи (мостовые измерительные схемы).....	18
I.6. Расчет сложных электрических цепей методом контурных токов.....	23
I.7. Расчет электрических цепей методом двух узлов.....	28
2. Трехфазные электрические цепи.....	34
2.1. Соединение трехфазных потребителей электрической энергии звездой.....	34
2.2. Соединение трехфазных потребителей электрической энергии треугольником.....	40
3. Электрические аппараты и машины.....	44
3.1. Однофазные трансформаторы.....	44
3.2. Трехфазные асинхронные электродвигатели.....	48
Литература .....	52